

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PAR ARTICLES PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

PAR
SIBUET WATTERS, Christophe

ÉTUDE NUMÉRIQUE DU SILLAGE TOURBILLONNAIRE D'UNE ÉOLIENNE

MONTREAL, LE 15 JANVIER 2008

© droits réservés de SIBUET WATTERS, Christophe

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Christian Masson, Directeur du mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Louis Lamarche, Président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Louis Dufresne, Examineur
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Ion Paraschivoiu, Examineur externe
Département de génie mécanique à l'École polytechnique de Montréal

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 21 NOVEMBRE 2008

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont au professeur Christian Masson, pour m'avoir encadré, encouragé et soutenu tout au long de ce projet de doctorat. Je tiens à remercier le CRSNG pour m'avoir soutenu financièrement au cours de la période 1999-2001. Je remercie aussi ma famille et mes amis pour l'amour et les encouragements constants qu'ils m'ont prodigué tout au long de ce projet. Je remercie les entreprises (Hélimax Énergie, le Cégep Saint-Jean sur-Richelieu et le Cégep Dawson) pour lesquelles j'ai travaillé au cours de ce doctorat et qui ont toujours su se montrer accommodantes. Je tiens aussi à remercier mes collègues de l'ÉTS avec qui j'ai eu d'inspirants échanges et discussions, ainsi que le personnel de soutien de l'ÉTS.

ÉTUDE NUMÉRIQUE DU SILLAGE TOURBILLONNAIRE D'UNE ÉOLIENNE

SIBUET WATTERS Christophe

RÉSUMÉ

Cette thèse formalise le concept de la surface actuatrice (SA) et en présente l'implantation dans deux méthodes de mécanique des fluides assistée par ordinateur (CFD) bidimensionnelle (2D) et tridimensionnelle (3D), la validation et l'application au problème de modélisation du sillage tourbillonnaire d'une éolienne. Une SA est définie comme une nappe tourbillonnaire poreuse infiniment mince porteuse d'une intensité circulaire reliée à des forces de portance ; par exemple, sa géométrie est celle d'une surface plane trapézoïdale s'il s'agit de modéliser une aile effilée. En termes cinétiques, une SA est associée à une discontinuité de vitesse tandis qu'en termes dynamiques, elle est associée à un système de forces dont la composante dans la direction normale à la SA résulte en une discontinuité de pression. Les principes d'élaboration de la SA sont basés sur l'analyse non visqueuse de l'écoulement et la relation entre circulation et portance : ils sont une généralisation des principes des disques actuateurs aux méthodes CFD utilisant des distributions de forces à l'intérieur de volumes actuateurs, quand leur épaisseur tend vers zéro. Les méthodes CFD utilisées pour analyser la SA sont des méthodes aux volumes finis adaptées pour prendre en compte la SA, puis appliquées à des problèmes 2D, axisymétriques et 3D. Le problème de l'aile infinie et du disque actuateur uniformément chargé ont permis de valider les méthodes avec des solutions analytiques. L'étude de l'aile effilée a permis de démontrer que les prévisions sont conformes aux modèles classiques en termes d'induction tourbillonnaire du sillage et de traînée et d'angles induits, en plus de fournir des jalons importants pour modéliser le rotor d'une éolienne par une SA en rotation, en mettant en valeur la discrétisation minimale nécessaire, ainsi que l'importance de disposer d'un schéma de convection d'ordre supérieur. L'aérodynamique d'une éolienne est analysée par des SA en rotation ou par des SA prenant la forme d'un disque actuateur, dont le chargement est déterminé par la théorie de l'élément de pale. Les résultats produits par les méthodes mises au point sont comparés avec un modèle intégral de quantité de mouvement et un modèle tourbillonnaire, ainsi qu'avec des données expérimentales. Les résultats d'analyse appliqués à deux éoliennes expérimentales montrent que le concept de SA est approprié pour modéliser l'aérodynamique du rotor d'une éolienne, dominée par l'influence du système tourbillonnaire qui existe dans le plan du rotor et dans l'écoulement aval.

NUMERICAL STUDY OF THE WIND TURBINE VORTICAL WAKE

SIBUET WATTERS Christophe

ABSTRACT

In this thesis, we formalize the concept of the actuator surface (AS) and present its implementation within a two-dimensional (2D) and a three-dimensional (3D) Computational-Fluid Dynamics Method (CFD), its validation and its application to the study of the wind turbine vortical wake aerodynamics. An actuator surface is defined as an infinitely thin, porous vortex sheet whose circulation properties are linked to the generation of lift forces. For the study of the tapered wing for example, the AS geometry is defined as the plan-form area of the wing. In terms of kinetics, the AS is a surface of velocity discontinuity while in terms of dynamics, its action on the flow is achieved through an attached system of forces given by a Kutta-Jukowski-type relation. Normal to the surface, this system of forces results in a pressure discontinuity. The AS concept allows to generalize the principles pertaining to actuator disk theory to CFD models that use forces distributed over volumes, when the volume thickness tends to zero. The CFD methods used are control-volume, finite-element methods which have been adapted to implement the AS and validated over simple problems for which analytical solutions exist. Blade-element analysis is used to prescribe the AS loading. The study of the finite tapered wing in translation has demonstrated that the method predicts induced drag and angles in agreement with the classic Prandtl lifting line model, and has provided with guidelines regarding discretization for the study of the AS in rotation to model wind turbine aerodynamics. In addition to rotating AS, disk-shaped AS are used to model wind turbine aerodynamics according to actuator-disk theory. Results are compared with a classic blade-element momentum model, a vortex model and experimental measurements. They show that the concept of the actuator surface is appropriate to model wind turbine rotor aerodynamics, which is dominated by the influence of the lifting system of the blades vortex sheets and by the shedded vortical wake.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	10
2.1 Méthodes intégrales de quantité de mouvement	12
2.2 Méthodes différentielles de disque actuateur	14
2.3 Méthodes tourbillonnaires	15
2.4 Méthodes différentielles Navier-Stokes	16
CHAPITRE 3 SURFACES ACTUATRICES : NOTIONS DE BASE ET VALIDA- TION	20
3.1 Version cinématique et dynamique du modèle mathématique de la surface actuatrice	20
3.2 Résultats remarquables	24
CHAPITRE 4 MÉTHODE AXISYMÉTRIQUE : DISQUE ACTUATEUR	28
4.1 Aspects théoriques particuliers	29
4.2 Résultats remarquables	33
CHAPITRE 5 SURFACE ACTUATRICES APPLIQUÉES AUX ÉOLIENNES	41
5.1 Version tourbillonnaire du modèle mathématique de la surface ac- tuatrice	41
5.2 Aspects de la méthode numérique	45
5.3 Résultats remarquables	50
CHAPITRE 6 CONCLUSION	54
CHAPITRE 7 RECOMMANDATIONS	58
LISTE DE RÉFÉRENCES	60
ANNEXE I MODELIZATION OF LIFTING DEVICES AERODYNAMICS USING THE ACTUATOR SURFACE CONCEPT	67
ANNEXE II WIND TURBINE PERFORMANCE PREDICTIONS USING A DIF- FERENTIAL ACTUATOR-LIFTING DISK MODEL	114
ANNEXE III APPLICATION OF THE ACTUATOR SURFACE CONCEPT TO WIND TURBINE AERODYNAMICS	147

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Nature du problème.	2
Figure 3.1 Une surface actuatrice simple.	21
Figure 4.1 Analyse de l'écoulement relatif à une section de pale.	31
Figure 4.2 Facteur d'induction axiale ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3°	36
Figure 4.3 Angle d'attaque ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3°	37
Figure 4.4 Coefficients de puissance et de traînée; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3°	38
Figure 4.5 Coefficients de portance et de traînée pour le profil S809.	39
Figure 4.6 Influence des données aérodynamiques sur C_P et C_T ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3°	40
Figure 5.1 Section d'une nappe tourbillonnaire.	42
Figure 5.2 Un élément tétraédrique du maillage.	46
Figure 5.3 Orientations possibles des surfaces actuatrices.	51

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AS, SA	Surface actuatrice
BEM	Modèle
CFD	Mécanique des fluides assistée par ordinateur
CSU	Colorado State University
CVFEM	Méthodes de volumes finis aux éléments finis
NREL	National Renewable Energy Laboratory
TSR	Vitesse spécifique
TU Delft	Université Technique de Delft

LISTE DES SYMBOLES

a, a'	Facteurs d'induction axiale et tangentielle
b	Envergure d'aile (m)
B	Nombre de pales d'une éolienne
c	Corde d'un profil aérodynamique (m)
\vec{e}	Vecteur unitaire orientant un axe
t	Épaisseur (m)
X, x, Y, y, Z, z	Coordonnées cartésiennes
C_L	Coefficient de portance
C_D	Coefficient de traînée
C_P	Coefficient de puissance
C_T	Coefficient de poussée
D	Diamètre (m)
\dot{m}	Débit massique à travers une surface (kg/s)
\vec{n}	Vecteur unitaire orientant une surface
p	Pression (Pa)
P	Puissance (W)
R	Rayon (m)
r	Coordonnée radiale (m)
S	Surface (m^2)
T	Poussée aérodynamique (N)
t	Épaisseur (m)
u, v, w	Composantes de la vitesse (m/s)
\vec{V}	Vecteur vitesse (m/s)
α	Angle d'attaque
β	Angle de calage

$\Delta u, v, w$	Composantes des discontinuités en vitesse (m/s)
$\Delta \vec{V}$	Vecteur représentant la discontinuité en vitesse (m/s)
Δp	Discontinuité en pression (Pa)
γ	Angle de conicité du rotor d'éolienne
$\vec{\gamma}$	Intensité tourbillonnaire de la surface actuatrice (m/s)
Γ	Circulation de vitesse autour d'un contour (m ² /s)
λ	Vitesse spécifique
ω, Ω	Vitesse de rotation (rad/s)
$\vec{\omega}$	Vecteur de vortacité (1/s)
ϕ	Variable générique (ex. $\phi = u, v, w, p$)
Ψ	Angle de lacet
ρ	Masse volumique de l'air (kg/m ³)
σ	Solidité d'un rotor
θ	Coordonnées azimutales
$\zeta_{i,j}$	Facteur d'influence fixé par le modèle de convection
Indices	
B	Relatif à la pale
I, i, J, j, K, k	Généralement relatifs au maillage
t, r	Directions azimutales et radiales
∞	Conditions à l'infini amont
av, moy	Caractéristique moyenne (généralement associée à l'état moyen de la surface actuatrice)
nr	Relatif à un repère non rotatif
x, X, y, Y, z, Z	Directions d'un repère cartésien
x, θ, r	Directions d'un repère cylindrique
Opérateurs	
∇	Dérivée covariante
$\nabla \cdot$	Divergence
$\nabla \times$	Rotationnel

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Depuis la fin des années 1980, l'énergie éolienne a connu une croissance exponentielle [1] en raison de sa compétitivité et de ses attraits environnementaux. Les bénéfices de cette croissance ont pu être injectés dans des activités de recherche et développement qui ont permis la conception de nouveaux designs d'éoliennes plus efficaces et performantes. Ainsi, certaines éoliennes modernes - toutes à axe horizontal - ont la capacité de réguler leur puissance à haute vitesse par ajustement de l'angle de calage et/ou de la vitesse de rotation des pales, contrairement aux modèles plus classiques, dont le mode de régulation est assuré passivement par le décrochage de la pale [1]. Pour tous ces modèles d'éoliennes, le design précis et économique des composantes de l'éolienne nécessite un moyen de prédiction des efforts aérodynamiques qui sont exercés sur la pale par le vent incident à l'éolienne, lors de conditions d'opérations normales, mais surtout lors de conditions extrêmes (effacement profond, variation brutale d'angle de calage, etc.). Après une brève analyse des paramètres d'intérêt influant sur la performance d'une éolienne, nous allons présenter les défis actuels liés à la modélisation numérique de l'aérodynamique d'une éolienne pour mieux situer la contribution centrale de ce projet de doctorat portant sur la modélisation du sillage tourbillonnaire émis par les pales du rotor.

Nature du problème

Le problème qui nous préoccupe est essentiellement celui de la détermination de l'écoulement autour d'une éolienne et du système de forces exercées par le vent sur ses pales. Pour identifier les paramètres les plus significatifs dans cette étude, il est utile de prati-

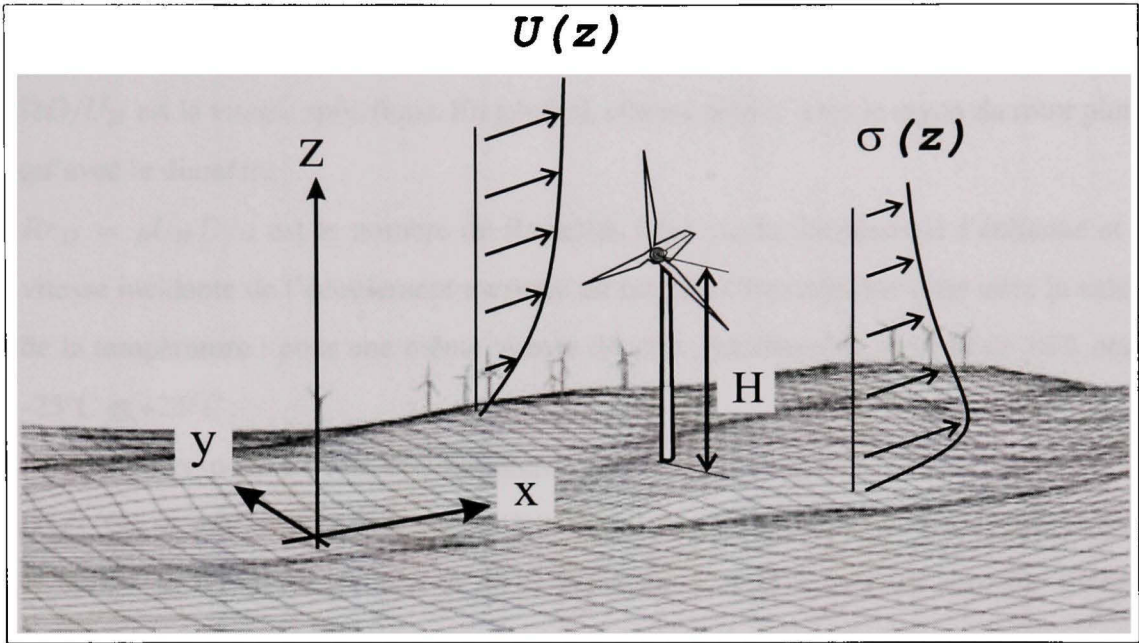


Figure 1.1 *Nature du problème.*

quer une analyse dimensionnelle concernant par exemple la puissance P d'une éolienne ; Pour simplifier l'analyse, on considère les caractéristiques du vent et de la puissance, mesurées et moyennées au cours de périodes temporelles de 10 minutes, en accord avec la pratique courante dans l'industrie éolienne [2]. Une analyse dimensionnelle pratiquée sur les paramètres les plus significatifs conduit alors à l'expression suivante :

$$P = \frac{1}{2} \rho U_H^3 A_R \times C_P \left[\frac{\Omega D}{U_H}; Re_D; \frac{\sigma_H}{U_H}; \frac{U(z)}{U_H}; \frac{\sigma(z)}{\sigma_H}; \beta; \psi; \text{ autres} \right] \quad (1.1)$$

où U_H correspond à la vitesse du vent incident mesurée à la hauteur H du moyeu, Ω est la vitesse de rotation des pales, D est le diamètre de l'éolienne, σ est l'écart type mesuré sur la composante horizontale du vent au cours de la période de moyennage (typiquement 10 minutes), ρ et μ sont respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique de l'air. A_R est la surface balayée par les pales et vaut $\pi D^2/4$ pour un rotor ayant un angle de

conicité nul. C_P , le coefficient de puissance, est un nombre sans dimension fonction des 6 paramètres suivants :

- $\Omega D/U_H$ est la vitesse spécifique. En général, elle est définie avec le rayon du rotor plutôt qu'avec le diamètre ;
- $Re_D = \rho U_H D / \mu$ est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de l'éolienne et la vitesse incidente de l'écoulement mesurée au moyeu. Ce paramètre varie avec la valeur de la température : pour une même vitesse de vent, par exemple, il varie de 30% entre -25°C et $+25^\circ\text{C}$;
- σ_H/U_H correspond à l'intensité turbulente à hauteur de moyeu ;
- $U(z)/U_H$ et $\sigma(z)/\sigma_H$ correspondent aux distributions normalisées et moyennées dans le temps de la vitesse du vent et de sa variance. x , y et z sont les axes du système de coordonnées cartésiennes, x étant orienté dans la direction de l'écoulement, z étant l'axe pointant verticalement, alors que y pointe perpendiculairement à x et z . $U(z)/U_H$ et $\sigma(z)/\sigma_H$ dépendent de la topographie locale ainsi que des échanges énergétiques radiatifs, conductifs et convectifs associés à l'atmosphère ou à la surface du terrain ; La figure 1.1 schématise ces éléments.
- β est l'angle de calage de la pale alors que ψ correspond à l'angle de lacet, c'est-à-dire l'angle pris par l'écoulement incident relativement à l'axe de rotation de l'éolienne ;
- «autres» résume de nombreux autres effets, tels que (i) le nombre de Mach, d'influence négligeable pour des valeurs inférieures à 0.3 au bout de pale, (ii) la nature de la turbulence atmosphérique (spectre, existence de structures cohérentes), (iii) la nature tridimensionnelle de l'écoulement incident et (iv) la réponse aéroélastique des pales.

En consultant la littérature relative aux performances des éoliennes, il semble que pour un angle de lacet donné, les variations de nombre de Reynolds aient une influence négligeable sur la puissance de l'éolienne. La puissance est par contre influencée par les variations d'intensité turbulente : ces deux résultats ont été corroborés par des études expérimentales et analytiques [3,4]. Il faut surtout retenir de l'analyse adimensionnelle que les performances d'une éolienne sont avant tout fonction de la vitesse spécifique. On comprend ainsi le gain

apporté par une éolienne à vitesse de rotation variable, qui permet ainsi d'opérer au point coefficient de puissance optimal par le contrôle de la vitesse spécifique.

Limitations actuelles des modèles aérodynamiques

Le National Renewable Energy Laboratory (NREL, USA) a récemment complété une batterie de mesures expérimentales sur une éolienne de 10 mètres de diamètre dans la soufflerie géante de NASA Ames (section de 24.4 x 36.6 m). L'avantage principal de ces mesures en soufflerie est d'étudier l'aérodynamique de l'éolienne dans un environnement contrôlé, c'est-à-dire exempt des incertitudes liées aux phénomènes atmosphériques. Avant de publier les résultats, le NREL a invité la communauté internationale à prédire les performances de cette éolienne expérimentale avec les modèles numériques dont elle dispose. Les prédictions de puissance réalisées par différents codes industriels ou de recherche [5] montrent des écarts variant de 60% à plus de 150% par rapport aux valeurs expérimentales. Comme le souligne Leishman [6], ces écarts majeurs révèlent des lacunes importantes dans les méthodes prédictives présentement utilisées, attribuables notamment aux limitations suivantes dans la modélisation des phénomènes physiques :

- La représentation de la turbulence atmosphérique et de couche limite. Conjointement, on regroupe aussi sous ce même thème les problèmes de transition laminaire-turbulente et de séparation. Cette limitation concerne essentiellement les méthodes solutionnant l'écoulement complet autour des pales de l'éolienne (méthodes Navier-Stokes et tourbillonnaires) ;
- Les caractéristiques de portance et de traînée des profils aérodynamiques utilisés pour définir la géométrie de la pale. De nombreuses méthodes prédictives utilisent en effet la théorie de l'élément de pale pour calculer la réponse aérodynamique d'une section de la pale du rotor. Les coefficients de portance et de traînée C_L et C_D d'un profil peuvent être mesurés expérimentalement ou modélisés. La détermination de ces coefficients la

plus élémentaire consiste à prendre les valeurs statiques mesurées en soufflerie pour le même profil, en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle d'attaque α formé entre l'écoulement relatif et la corde de la section de pale étudiée. La détermination de ces coefficients est le sujet de nombreux travaux [7–11]. Plusieurs phénomènes peuvent intervenir sur les valeurs de ces coefficients, souvent différentes des valeurs statiques 2D mesurées en soufflerie. Huyer et al. montrent d'ailleurs que les écarts entre mesures réelles et statiques sont surtout prédominants dans la partie centrale du rotor [12]. Parmi les phénomènes modifiant les valeurs de C_L et C_D , on note :

- L'influence d'effets 3D : les lignes de courant de l'écoulement le long des pales montrent qu'il existe une forte composante radiale du vent dans les sections centrales du rotor, ayant entre autres pour effet de retarder l'apparition du décrochage ;
 - L'influence d'effets instationnaires : sous l'effet d'un vent variable, d'un changement d'angle d'attaque, du passage des pales dans le sillage de la tour ou quand l'éolienne opère en situation de lacet, des sections de la pale peuvent générer des systèmes tourbillonnaires instationnaires venant perturber significativement l'aérodynamique locale. On pense notamment au décrochage dynamique ;
 - L'influence d'effets de compressibilité, tel que noté par Leishman [6] ;
 - L'influence d'effets dus au nombre de Reynolds. Dans le cas d'aile 2D, il est établi [13] qu'une variation du nombre de Reynolds peut influencer les valeurs des coefficients de portance ou de traînée ;
 - L'influence des caractéristiques turbulentes de l'écoulement incident et des facteurs influençant la transition laminaire-turbulente sur l'extrados de la pale ;
- La représentation du sillage tourbillonnaire de l'éolienne. Parmi les méthodes les plus couramment utilisées, que nous identifierons dans la deuxième partie de ce document, peu sont en effet capables de prendre en compte de façon intrinsèque l'influence du sillage tourbillonnaire sur la réponse aérodynamique de la pale. Il faut souvent recourir à des schémas ad hoc pour considérer l'effet du sillage. Or, les effets du sillage sont nombreux. Ils font d'ailleurs l'objet de la sous-partie suivante.

Particularités du sillage tourbillonnaire

L'action de l'éolienne sur l'écoulement fluide peut être divisée en deux types de structures tourbillonnaires interreliées :

- Une structure physiquement reliée aux pales de l'éolienne, liée à la circulation qui s'établit autour de chaque section portante de la pale, ainsi qu'à la présence de vorticités dans les couches limites qui s'établissent à la surface des pales ;
- Une structure tourbillonnaire de sillage, résultat des différences de circulation entre les sections voisines d'une même pale, convectée, diffusée et étirée par l'écoulement dans lequel elle est immergée.

Les effets induits par cette deuxième structure sont nombreux. Le cas d'une aile d'envergure finie placée dans un écoulement uniforme de vitesse U_∞ est riche en conclusions à propos des effets de son sillage tourbillonnaire [14, 15] :

- Par effet d'induction, la masse d'air incidente à l'aile est déviée vers le bas en amont de l'aile (effet "downwash") mais aussi à proximité immédiate de l'aile, la déviation maximale étant mesurée en bout d'aile ;
- Ce mouvement d'air vers le bas est à l'origine d'une composante de traînée induite D_i , non liée à la viscosité, s'expliquant par l'inclinaison vers l'aval de la force de portance ;
- La puissance mécanique associée à la structure tourbillonnaire est égale au produit $D_i * U_\infty$;
- Pour une même portance, une aile possédant un plus grand facteur de forme (rapport du carré de l'envergure sur la surface portante) générera une traînée induite inférieure.

Dans le cas d'une éolienne, le sillage tourbillonnaire doit être forcément pris en compte si l'on désire prédire fidèlement l'aérodynamique de la pale, car il influence significativement les caractéristiques locales de l'écoulement autour de la pale, notamment via [6] l'introduction de vitesses induites se superposant à l'écoulement relatif incident qui s'établit autour

de chaque section de pale (effet « downwash »). Le champ de vitesses induites est passablement tridimensionnel et fait varier sensiblement la portance de chaque section de pale. Au bout de la pale par exemple, l'effet provoqué par le sillage est d'annuler la portance de cette partie du rotor. Ces effets sont encore plus significatifs dans le régime de décrochage de la pale, région d'intérêt pour l'opération d'une éolienne, car dans cette zone, les angles d'attaques sont élevés, la portance est maximale et le prix à payer (la puissance liée à la traînée induite) pour obtenir cette portance est maximal lui aussi ;

Objectifs et méthodologie

- L'objectif principal consiste à développer une méthode de niveau intermédiaire entre méthodes CFD complètes et méthodes intégrales résolvant les équations de Navier-Stokes pour modéliser l'aérodynamique d'un rotor d'éolienne et de son sillage. Sans rentrer dans le détail de l'aérodynamique de la pale, cette méthode doit pouvoir reproduire les caractéristiques globales de l'écoulement entrant et sortant du rotor afin de prédire ensuite le chargement aérodynamique des pales et le développement du sillage. La contribution centrale de cette thèse repose sur l'utilisation de surfaces actuatrices dans une méthode CFD pour reproduire les effets des structures tourbillonnaires des pales et du sillage mentionnés précédemment. Ces surfaces sont en fait des nappes tourbillonnaires perméables dont l'action sur l'écoulement est descriptible par un modèle mathématique simple et garant du respect des lois physiques de la mécanique des fluides ;
- Le premier sous-objectif est de développer une méthode numérique d'analyse pour des problèmes 2D et axisymétriques. Plus spécifiquement, il s'agit dans un premier temps de valider le concept de surface actrice à des écoulements élémentaires pour lesquels la solution analytique est connue. Dans un deuxième temps, la méthode sera appliquée pour modéliser le rotor d'une éolienne en utilisant le concept de disque actuateur, qui est en fait une surface actrice particulière ;

- Le deuxième sous-objectif est de développer une méthode numérique d'analyse pour les problèmes 3D posés par l'aile d'envergure finie en translation ou en rotation. La validation de la méthode au cas de l'aile en translation semble être le chemin naturel vers l'analyse du cas plus complexe posé par le système des pales en rotation d'une éolienne. On vise donc d'abord à identifier les conditions conduisant à des calculs de qualité pour l'aile en translation, avant de les appliquer à l'étude de l'aile en rotation.

La méthodologie retenue pour répondre aux objectifs de la thèse consiste d'abord en l'élaboration d'un modèle physique et mathématique convenable pour représenter le concept de surface actuatrice. En analysant l'écoulement fluide sous l'aspect tourbillonnaire, une surface actuatrice est une nappe tourbillonnaire poreuse d'épaisseur nulle. Du point de vue cinématique et dynamique, elle est une surface à travers laquelle s'établissent des discontinuités en vitesse et en pression, et à laquelle se rattache un système de forces. Afin d'intégrer cet objet à la résolution des équations de la mécanique des fluides dans un modèle CFD, il est nécessaire d'en connaître d'abord tous les aspects théoriques.

Dans un deuxième temps, il s'agit d'intégrer la modélisation de surfaces actuatrices à des méthodes numériques CFD pour procéder à des simulations numériques et étudier ensuite la qualité des résultats en fonction de la paramétrisation du calcul. Les méthodes numériques retenues sont des méthodes aux volumes finis, basées sur les travaux de Patankar [16], développées par Masson [17], Saabas [18] et Baliga (on nommera ces méthodes CVFEM dans la suite du texte). Ces méthodes résolvent les équations de Navier-Stokes aux noeuds du maillage discrétisant le domaine de résolution. La principale caractéristique de ces méthodes est d'assurer le bilan exact des flux de masse et de quantité de mouvement à travers des volumes de contrôle définis dans le domaine de résolution. Elles permettent donc d'accéder facilement aux valeurs des flux convectifs de n'importe quelle quantité dans l'écoulement et d'analyser ainsi la physique des solutions obtenues. L'introduction

de conditions mathématiques originales telles que des sauts de pression ou de vitesse peut être aisément réalisée dans le cadre des CVFEMs employées, ce qui constitue un atout.

Une fois ces deux étapes complétées et l'utilisation des surfaces actuatrices maîtrisée, l'étude de différents écoulements modélisables par les surfaces actuatrices peut avoir lieu (problèmes théoriques, aérodynamique d'une aile d'envergure finie, aérodynamique d'éoliennes) et les résultats de simulation comparés avec des valeurs théoriques ou avec des données expérimentales ou avec les résultats d'autres modèles de simulation. Ces comparaisons permettront de dégager certaines règles de l'art relativement à la mise en oeuvre des surfaces actuatrices aux fins de l'analyse de l'aérodynamique des éoliennes.

Structure de la thèse

Le deuxième chapitre de la thèse présente une revue de littérature détaillant les modèles existants pour modéliser l'aérodynamique d'une éolienne et de son sillage proche. Le troisième chapitre présente les éléments théoriques liés au concept de surface actuatrice, son implémentation dans les méthodes CVFEM 2D et 3D, ainsi que sa validation à des problèmes dont la solution est connue. Le quatrième chapitre présente l'utilisation du concept de surface actuatrice à la modélisation axisymétrique de l'aérodynamique du rotor de plusieurs éoliennes par le biais du disque actuateur. Le cinquième chapitre présente l'utilisation de surfaces actuatrices pour modéliser les pales de l'éolienne à l'intérieur d'un modèle CFD 3D de l'écoulement. En conclusion, les contributions originales de cette thèse sont soulignées puis quelques recommandations sont formulées. Les trois articles issus de la thèse sont annexés aux annexes I, II et III de ce document.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

Les équations de la mécanique des fluides (Navier-Stokes) conviennent à l'analyse de l'aérodynamique de n'importe quel écoulement satisfaisant un minimum de conditions (milieu continu, nombre de Mach modéré, fluide newtonien), donc a fortiori à celui autour d'une éolienne. La principale difficulté d'une analyse résolvant les équations de Navier-Stokes repose par contre sur la connaissance précise de la géométrie des surfaces solides autour desquelles s'écoule chaque particule d'air, ainsi que la connaissance exacte des conditions à un instant dans le temps et aux frontières du volume à l'intérieur duquel on pratique l'analyse. Dans le cas d'une éolienne, la turbulence joue un rôle majeur dans tout l'écoulement et les échelles de longueur et de temps la caractérisant sont de l'ordre du millimètre et du dixième de seconde [19] si bien que le problème exact de la détermination de l'écoulement autour d'une éolienne représente un calcul d'une complexité colossale. En fait, on peut affirmer que toute tentative d'analyse de l'aérodynamique d'une éolienne est forcément assujettie au choix d'une modélisation en particulier.

Les similarités entre l'aérodynamique des éoliennes, hélices marines ou aériennes et rotors d'hélicoptère, semblent évidentes à première vue et il est indéniable que la plupart des modèles existants pour l'analyse d'une éolienne ont été développés sous l'inspiration des recherches concernant les hélices et les rotors d'hélicoptères [6, 20–24]. Des adaptations sont néanmoins toujours nécessaires, car les nombres de Reynolds, vitesses spécifiques et nombres de Mach associés à une éolienne sont très différents de ceux associés à un rotor d'hélicoptère ou à une hélice. Parmi les modèles dérivés de l'industrie aéronautique, on note :

- Les méthodes intégrales de quantité de mouvement utilisant le concept de disque actuateur. Actuellement, ce type de méthode est le plus employé dans l'industrie éolienne, notamment en raison de son extrême rapidité et de la qualité des prédictions produites [25] ;
- Les méthodes différentielles d'analyse reposant sur le concept de disque actuateur. Développées récemment, ces méthodes sont en quelque sorte à cheval entre les méthodes Navier-Stokes complètes et les méthodes intégrales de quantité de mouvement ;
- Les méthodes tourbillonnaires ;
- Les méthodes différentielles d'analyse résolvant les équations de Navier-Stokes autour des pales des éoliennes, divisibles en deux familles, selon la modélisation précise retenue pour les pales : par (i) sa géométrie exacte ou par (ii) un objet théorique, typiquement un volume ou une surface actuatrice à travers lesquels l'action de la pale sur l'écoulement est distribuée.

Sauf dans le cas de la dernière méthode, où la pale est modélisée par sa géométrie exacte, toutes les méthodes utilisent l'analyse par élément de pale pour représenter l'interaction entre les pales de l'éolienne et l'écoulement. Pour une section de la pale, cela revient à dire que les forces (traînée, portance) et moments de force s'exerçant sur cette section sont uniquement fonction des particularités locales de l'écoulement dans le plan du profil aérodynamique, ignorant ainsi l'influence de l'écoulement transversal et autour des sections voisines. Une analyse de premier ordre consiste à utiliser les mesures aérodynamiques réalisées en soufflerie lors d'essais statiques [26] pour prédire la portance et la traînée d'une section aérodynamique. Des raffinements de l'analyse par élément de pale existent pour prendre en compte des situations où l'écoulement est périodique [7–9] (notamment le décrochage dynamique) ou pour prendre en compte les effets de retard au décrochage qui se produisent autour des profils aérodynamiques des pales d'éolienne [10, 11, 27–29].

Les méthodes d'analyse actuellement utilisées pour modéliser l'aérodynamique d'éoliennes sont brièvement résumées dans les prochaines sections. Pour chacune de ces méthodes, on

s'attardera à mettre en évidence les limitations de ces méthodes dans la prise en compte du sillage tourbillonnaire.

2.1 Méthodes intégrales de quantité de mouvement

Développées au cours des années 1970 par plusieurs chercheurs [2,25,30,31], les méthodes intégrales de quantité de mouvement comptent encore aujourd'hui parmi les méthodes les plus utilisées par les ingénieurs de l'industrie éolienne. Dans ce genre d'analyse, l'écoulement autour de l'éolienne est divisé en tubes de courant dont on connaît les propriétés moyennes en amont de l'éolienne. L'éolienne est modélisée sous la forme d'une surface poreuse dont l'action sur l'écoulement consiste en un saut de pression et l'introduction d'une source de quantité de mouvement dans la direction azimutale : on parle de disque actuateur pour désigner cette surface. Les intensités du saut de pression et de la force azimutale sont déterminées par la connaissance des caractéristiques de l'écoulement dans le plan du disque actuateur et par un ensemble de caractéristiques empiriques donnant les valeurs des coefficients de traînée et de portance de chaque section aérodynamique de la pale, en accord avec l'analyse par élément de pale. L'écoulement est considéré non visqueux. Pour chaque tube de courant, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement servent alors à construire une équation dont la solution permet d'évaluer la vitesse de l'écoulement au disque actuateur, ainsi que la contribution du tube de courant à la poussée et la puissance totale s'exerçant sur l'éolienne. Bien que ces méthodes simplifient beaucoup la physique du problème et soient inappropriées pour l'analyse du sillage, on peut souligner qu'elles continuent de susciter l'attention de nombreux chercheurs et que leur degré de raffinement actuel permet de réaliser des prédictions relativement exactes dans différents cadres d'opération [25, 32]. L'avantage majeur relié à l'utilisation de ces méthodes repose sur leur rapidité d'exécution. L'analogie entre le véritable rotor de l'éolienne et le disque actuateur auquel on le substitue peut être présentée de plusieurs façons. On pourrait dire que le disque actuateur correspond à l'influence moyennée dans le temps de l'éolienne.

Généralement, on préfère [33] noter que l'utilisation du concept de disque actuateur pour représenter un rotor d'éolienne permet en fait de trouver la solution autour d'un rotor de même solidité (rapport $\frac{B \cdot R}{\text{corde}} = \text{constante}$ pour chaque section de pale, B représentant le nombre de pales) mais avec un nombre de pales infini. Or, ce passage à la limite fait disparaître la structure tourbillonnaire du véritable rotor, dans la mesure où le facteur de forme de chaque pale tend vers l'infini et l'influence du sillage émis vers zéro (il est aisé de prouver que la traînée induite totale des B pales quand $B \rightarrow \infty$ et $\frac{B \cdot R}{\text{corde}} = \text{constante}$ tend vers zéro). Dans une méthode basée sur le principe du disque actuateur, les effets du sillage tourbillonnaire doivent donc être pris en compte par une modélisation ad hoc et ils sont généralement introduits dans les méthodes intégrales de quantité de mouvement via un facteur multiplicatif intervenant dans l'équation de quantité de mouvement. Plusieurs méthodes et formules sont proposées dans la littérature pour tenir compte de ces effets. La formule la plus connue et utilisée est celle du facteur de Prandtl [34], mais son implémentation dans le calcul diffère d'un auteur à l'autre [31, 35]. La dérivation la plus exacte des effets des tourbillons de bouts de pales est celle de Goldstein [36], mais son implémentation varie encore dépendamment des auteurs [37, 38]. Cette problématique au sujet du disque actuateur et de l'introduction des effets du sillage tourbillonnaire fait aujourd'hui encore l'objet de travaux de nature théorique intéressants, entrepris notamment par Van Kuik [39, 40].

Malgré des adaptations, les limitations des méthodes intégrales de quantité de mouvement restent importantes dans les situations suivantes : opération en lacet (i.e. quand l'éolienne n'est pas perpendiculaire à l'écoulement), effets instationnaires reliés aux variations de vitesse dans l'écoulement incident, à un changement rapide de l'angle de calage de la pale ou au passage des pales dans leur propre sillage ou dans celui de la tour. Enfin, il faut préciser que ces méthodes, si elles conviennent très bien à l'analyse de l'aérodynamique du rotor d'une éolienne, sont par contre inadaptées à l'étude de son sillage proche ou lointain.

2.2 Méthodes différentielles de disque actuateur

D'abord appliquées par Rajagopalan [41], puis Madsen [42] à la résolution de l'écoulement autour d'éoliennes à axe vertical, ces méthodes font l'objet de nombreuses publications depuis les dix dernières années [43–49]. Dans la continuité du concept de disque actuateur, le principe commun à ces méthodes est de représenter l'éolienne par un équivalent du disque actuateur : surface ou volume poreux dont l'action sur l'écoulement est d'introduire un ensemble de forces représentant le rotor en moyenne. En dehors du rotor, l'écoulement est décrit par les équations de Navier-Stokes et une méthode numérique différentielle est utilisée pour calculer les propriétés de l'écoulement en chaque point d'un maillage discrétisant un domaine de solution. En pratique, la modélisation physique du rotor est donc très proche de celle des méthodes intégrales, l'amélioration apportée par ces méthodes se situant au niveau de la prédiction de l'écoulement : il n'y a plus besoin de définir des tubes de courant et la prise en compte des phénomènes instationnaires, convectifs, dissipatifs et de turbulence dans l'écoulement fluide est assurée naturellement par les équations de Navier-Stokes. Par contre, les limitations de représentation du sillage tourbillonnaire, inhérentes au concept de disque actuateur, restent présentes et ces méthodes doivent aussi utiliser une manière ad hoc pour simuler les effets du sillage tourbillonnaire. Pour tenir compte des effets du système tourbillonnaire sur l'aérodynamique de la pale, la plupart des méthodes différentielles de quantité de mouvement utilisent un facteur multiplicatif modifiant l'amplitude des forces qui agissent sur l'écoulement [37, 50]. Par contre, toutes les méthodes développées ne garantissent pas la représentation du disque actuateur conformément à sa représentation classique (entre autres présentée dans le livre de Breslin et Andersen [33]), au sens où l'écoulement est considéré continu à travers le rotor, ce qui implique qu'aucune circulation n'est associée à la présence du rotor. Ces méthodes non conformes connaissent d'ailleurs des problèmes lors de la résolution de l'écoulement dans le voisinage du disque actuateur où les champs de vitesse et de pression varient rapidement, sans lien avec la physique réelle [44, 46].

Les possibilités d'applications des méthodes différentielles de disque actuateur sont multiples : elles ont déjà été utilisées avec succès pour analyser l'interaction entre éoliennes à l'intérieur d'un parc éolien [45], les effets de la turbulence atmosphérique sur la performance de l'éolienne [51], les interaction rotor/tour [52] et des phénomènes instationnaires dans le vent incident ou dans les variations d'angle de calage de la pale [53,54].

Notons finalement qu'il existe une solution générale analytique au problème du disque actuateur, élaborée par Conway [55], bien qu'il n'existe pas encore un outil informatisé se servant de cette solution pour résoudre le problème de l'aérodynamique d'une éolienne.

2.3 Méthodes tourbillonnaires

Largement utilisées dans l'industrie des hélices ou rotor d'hélicoptères [20], ces méthodes sont basées sur l'hypothèse d'un écoulement non visqueux et irrotationnel en dehors de la couche limite de la pale. À divers degrés d'approximation, la solution de l'écoulement est fournie par l'assemblage des contributions d'un ensemble de singularités (tourbillons, puits, sources ou doublets) distribuées le long de lignes ou de surfaces représentant la pale [56–59] et aussi dans le sillage. Aux fins de l'analyse de l'aérodynamique du rotor, il est nécessaire de modéliser le sillage tourbillonnaire jusqu'à plus de 6 diamètres en aval du rotor de l'éolienne. Au delà, l'influence du sillage devient négligeable [20]. Si la pale est simplement assimilée à une ligne de singularités, le recours à la théorie de l'élément de pale est nécessaire pour évaluer la valeur de la circulation autour de chaque section de pale. Dans le cas où la géométrie complète de la pale est modélisée, le recours à la théorie de l'élément de pale est facultatif, cependant, en situation de décrochage, l'hypothèse d'un écoulement non visqueux devient clairement non valide. Il faut alors coupler à la représentation tourbillonnaire une méthode de représentation de la couche limite : on parle alors de méthode mixte [60]. Comme dans le cas d'une aile d'avion, le sillage d'une éolienne est constitué par une structure tourbillonnaire résultant des différences de circula-

tion entre sections voisines de la pale. En réalité, cette structure est fortement rotationnelle et dissipative. On estime par exemple à 2 diamètres la distance pour que 80% de l'énergie cinétique turbulente des tourbillons de bouts de pales soit diffusée ou dissipée sous forme thermique [61,62]. Dans une méthode tourbillonnaire, la représentation de la structure tourbillonnaire du sillage d'une éolienne est typiquement réalisée d'une des 2 façons suivantes : soit en fixant la géométrie du sillage (sillage fixe), soit en résolvant le problème de la détermination du sillage (sillage libre). Cette dernière méthode, de mise en oeuvre plus complexe, est cependant plus flexible quant à la diversité des analyses qu'elle permet de réaliser. Notons qu'il est possible d'adapter les méthodes tourbillonnaires pour corriger l'intensité des tourbillons, en tenant compte de la diffusion visqueuse et turbulente de l'intensité tourbillonnaire et de l'étirement provoqué par le champ de vitesse moyen [6,63].

Ces méthodes peuvent être utilisées pour analyser l'aérodynamique d'éoliennes en situation de lacet [64,65] ainsi que leur sillage proche. Par contre, elles sont moins adaptées pour modéliser le sillage lointain, étant donné qu'elles sont en général inadaptées pour modéliser la diffusion, notamment turbulente, du sillage.

2.4 Méthodes différentielles Navier-Stokes

A. Méthodes utilisant une modélisation de la pale par sa géométrie exacte :

Rendues possibles par l'augmentation des capacités de calcul des ordinateurs modernes, ces méthodes CFD se basent sur la résolution du problème non linéaire aux dérivées partielles posé par les équations de Navier-Stokes [66–71] et permettent d'obtenir des informations détaillées sur la structure et les caractéristiques de l'écoulement moyen (en présence de turbulence, il est beaucoup plus simple de solutionner l'écoulement moyen ; d'autres méthodes existent qui solutionnent l'écoulement instantané, mais leur application à l'aérodynamique d'une éolienne est pour l'instant hors d'atteinte). La précision de la modélisation physique de ces méthodes est par contre limitée par la nécessité de choisir un ou

plusieurs modèles pour tenir compte des effets de la turbulence atmosphérique, de sillage ou de couche limite, ainsi que pour représenter l'influence des forces centrifuges sur le développement de la couche limite ou sur la transition laminaire-turbulente de l'écoulement. De plus, la complexité de leur mise en oeuvre et les limites matérielles des calculateurs numériques ont pour l'instant limité l'application de ces modèles à des situations simplifiées telles que des conditions de vent uniformes et stationnaires dans le temps. En régime de décrochage, les méthodes actuelles rencontrent de sévères limitations pour prédire la séparation de l'écoulement [6]. En somme, on ne peut pas encore affirmer que le coût prohibitif relié à l'utilisation d'une telle méthode soit justifié par la qualité et la précision de ses résultats.

B. Méthodes utilisant une modélisation de la pale par une surface ou un volume actuateur :

Récemment, Mikkelsen et Sorensen [48, 72] ont modélisé le rotor d'une éolienne par un ensemble de « lignes actuatrices » en rotation porteuses de forces appliquées à l'écoulement. Dans ce modèle, les lignes ont le même nombre de pales que le rotor original, avec la même vitesse de rotation ; l'intensité et la direction des forces sont déduites de l'analyse par élément de pale et les forces sont réparties spatialement autour des lignes actuatrices par une fonction de convolution, ce qui revient à distribuer les forces représentant l'action des pales sur l'écoulement à l'intérieur de volumes actuateurs. Dobrev et al. [73] ont aussi développé une méthode d'analyse où les pales sont représentées par des surfaces porteuses de discontinuité en pression seulement (dénommées aussi surfaces actuatrices). Ces méthodes, ainsi que celle présentée dans la thèse, se classent à un niveau intermédiaire entre les méthodes de disque actuateur et les méthodes CFD mentionnées au paragraphe précédent. Elles pourraient aussi être utilisées dans des modèles hybrides [74] de l'écoulement comme sous-modèles de la région éloignée du rotor, tandis que l'écoulement dans la région du rotor est solutionné par une méthode CFD tenant compte de la géométrie exacte des pales.

En résumé, le tableau 2.1 dresse un récapitulatif des différentes méthodes existantes pour modéliser l'aérodynamique d'une éolienne en soulignant les principales caractéristiques des modèles : analyse physique sous-jacente, complexité du calcul et capacité de modélisation du sillage.

Le modèle proposé dans cette thèse est le résultat d'une réflexion de long terme et s'inscrit dans les travaux de Masson et ses collaborateurs [45,52–54,75,76]. Elle se classe parmi les méthodes utilisant une modélisation de la pale par une surface et se veut plus perfectionnée que les méthodes existantes car elle garantit les principes fondamentaux des équations de la mécanique des fluides : conservation du flux de vorticité, respect du lien entre circulation et portance et des échanges énergétiques en assurant, par exemple, une pression totale constante à travers l'écoulement dans le référentiel de la surface actuatrice.

	Analyse physique sous-jacente	Complexité du calcul	Capacité de modélisation du sillage
Méthodes intégrales de quantité de mouvement	Conservation de la masse et la quantité de mouvement à travers des tubes de courant ; le rotor est représenté par un disque actuateur	Une centaine de tubes de courant, les inconnues du problème sont les caractéristiques en amont, en aval et dans le plan du rotor	Reconnues pour être inadap- tées à l'étude des sillages ; mo- dèles empiriques nécessaires pour modéliser l'influence des tourbillons de bouts de pales sur l'aérodynamique du rotor
Méthodes différentielles de disque actuateur	Équations de Navier-Stokes ; le rotor est représenté par un disque actuateur	De l'ordre de 10^5 à 10^6 in- connues, 4 équations (+ si on prend en compte la tur- bulence)	Utiles pour modéliser le sillage lointain ; modèles empiriques nécessaires pour modéliser l'influence des tourbillons de bouts de pales sur l'aérodyna- mique du rotor
Méthodes tourbillonnaires	Principes de conservation de la vorticité ; le rotor est modélisé par des singularités épousant les formes des pales et du sillage	De l'ordre de 10^3 incon- nues ; problèmes de sta- bilité des calculs, notam- ment pour les méthodes avec sillage libre	Utiles pour la modélisation du sillage proche et de l'aérody- namique du rotor ; inadap- tées pour le sillage lointain
Méthodes différentielles Navier-Stokes : A. Pale discrétisée exactement	Équations de Navier-Stokes ; le rotor est représenté par la géométrie exacte des pales	De l'ordre de 10^7 à 10^8 in- connues, 4 équations (+ si on prend en compte la tur- bulence)	Utiles pour la modélisation des sillages proche et lointain et pour l'aérodynamique du rotor
B. Surface ou volume actuateur	Équations de Navier-Stokes ; le rotor est repré- senté par une distribution de forces	De l'ordre de 10^6 à 10^7 in- connues, 4 équations (+ si on prend en compte la tur- bulence)	Utiles pour la modélisation des sillages proche et lointain et pour l'aérodynamique du rotor

Tableau 2.1

Comparaison des différentes méthodes d'analyse de l'aérodynamique d'une éolienne.

CHAPITRE 3

SURFACES ACTUATRICES : NOTIONS DE BASE ET VALIDATION

Ce chapitre résume la mise en oeuvre et la validation du concept de surface actuatrice pour modéliser une surface portante. Le compte rendu des travaux réalisés a été rédigé par Christophe Sibuet Watters (premier auteur) et Christian Masson (deuxième auteur) sous la forme d'un article soumis en septembre 2008 pour publication au journal *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. L'article complet et les résultats détaillés sont disponibles à l'Annexe I. Dans ce chapitre, le modèle mathématique est présenté dans sa formulation centrée sur la cinématique et la dynamique de l'écoulement. En complément, on insiste sur certains résultats et sur les difficultés rencontrées au cours de l'adaptation de la méthode numérique pour résoudre le problème de la pale en rotation.

3.1 Version cinématique et dynamique du modèle mathématique de la surface actuatrice

La figure 3.1 résume bien la nature d'une surface actuatrice en présentant un résultat de simulation pour une aile rectangulaire en translation. La surface actuatrice est par définition une surface poreuse à travers laquelle s'établissent des discontinuités de vitesse et de pression. La translation se produit selon l'axe X , tandis que la surface est plane et perpendiculaire à la direction de l'axe Z , tel que représenté par la figure 3.1. Par convention, les discontinuités s'appliquent dans la direction donnée par l'axe Z , c'est-à-dire qu'en nommant Z_P la position de la surface actuatrice le long de l'axe Z , la discontinuité d'une variable ϕ (ϕ peut être substituée à u , v ou w , les composantes de la vitesse de l'écoulement

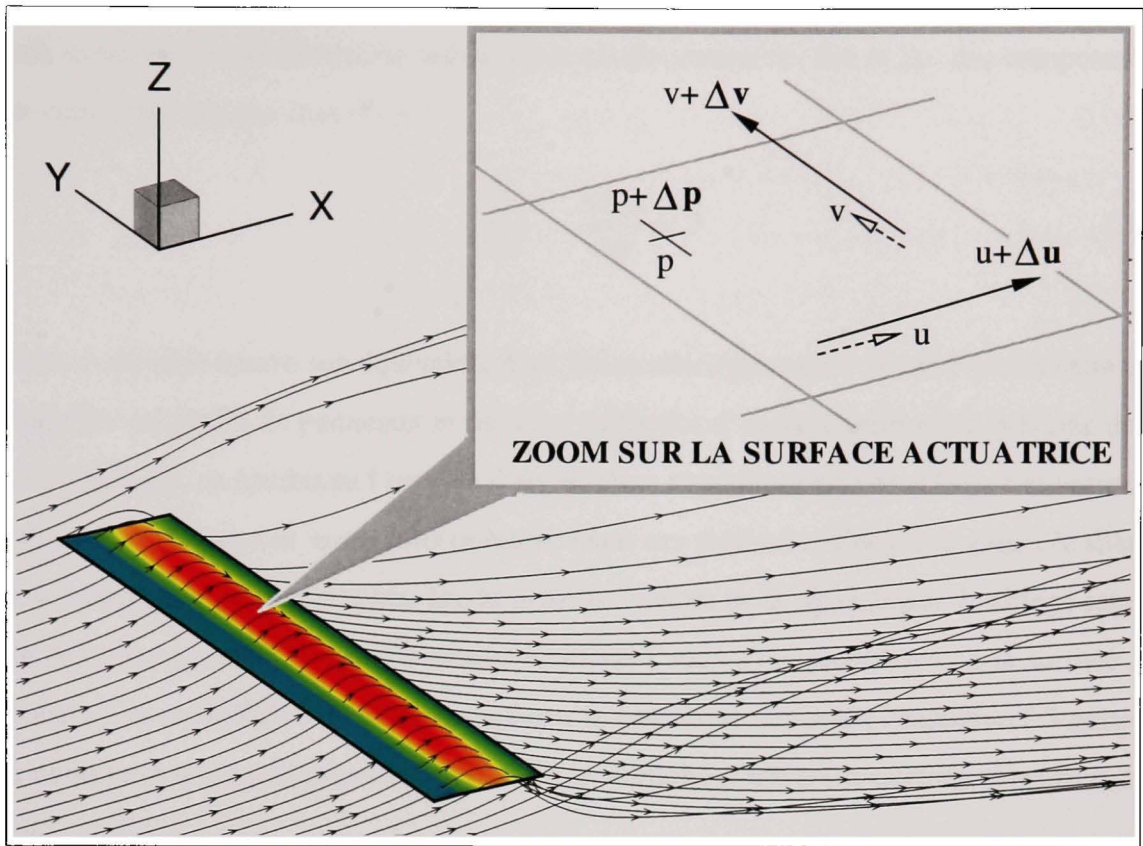


Figure 3.1 *Une surface actuatrice simple.*

ou à sa pression P) à travers la surface est égale à :

$$\Delta\phi = \phi_{Z_P+} - \phi_{Z_P-} \quad (3.1)$$

où implicitement, le saut $\Delta\phi$ est fonction de la position X, Y sur la SA et où les quantités ϕ_{Z_P+} et ϕ_{Z_P-} sont des valeurs limites de part et d'autre de la SA :

$$\phi_{Z_P+} = \lim_{z \rightarrow z_P+, z > z_P} \phi \quad \phi_{Z_P-} = \lim_{z \rightarrow z_P-, z < z_P} \phi \quad (3.2)$$

Puisque la surface actuatrice est aussi une surface tourbillonnaire, elle doit respecter certains principes, notamment en ce qui a trait au flux net de vorticité, qui doit rester nul à

travers toute surface fermée de l'écoulement. Pour la surface actuatrice de la figure 3.1, cela se traduit par la contrainte suivante sur les discontinuités Δu et Δv des composantes de vitesse le long des axes X et Y :

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial x} - \frac{\partial \Delta u}{\partial y} = 0 \quad (3.3)$$

Cette contrainte trouve son équivalent dans les modèles potentiels 3D de l'écoulement utilisant les méthodes de panneaux et dans les méthodes d'analyse utilisant le principe de la ligne portante, en attribuant l'origine d'un système tourbillonnaire de sillage à la variation de la circulation autour des profils portants. Dans ces méthodes d'un autre genre, le sillage doit ensuite être pris en compte. Ici, la prise en compte de la dynamique du sillage repose sur la méthode numérique CFD employée et sur l'adaptation judicieuse de la surface actuatrice à la méthode CFD. Notons aussi que la contrainte formulé à l'équation 3.3 garantit la continuité de la composante verticale de la vorticité à travers la surface actuatrice, soit $\omega_{Z_P-} = \omega_{Z_P+}$.

  tant donné que la surface est poreuse, quand une particule la franchit, la quantité de mouvement de la particule fait l'objet d'une variation brusque, à laquelle il faut rattacher un système de forces fournissant l'impulsion accompagnant le changement de quantité de mouvement. Logiquement, les deux premières composantes du système de forces associé à la surface actuatrice sont le produit du débit de masse ρw_{moy} traversant la surface actuatrice (par unité de surface)    la discontinuité de quantité de mouvement se produisant (Δu le long de l'axe X , idem pour Δv et Y), ainsi qu'on le lit dans l'expression du système de forces associé à la surface actuatrice ci-dessous :

$$f_X = \rho w_{moy} \Delta u \quad f_Y = \rho w_{moy} \Delta v \quad f_Z = -\rho(u_{moy} \Delta u + v_{moy} \Delta v) \quad (3.4)$$

où u_{moy} , v_{moy} and w_{moy} sont les composantes de la vitesse de l'écoulement relativement à la surface actuatrice, c'est-à-dire que si la surface actuatrice est en déplacement, alors

il faut, dans le repère utilisé pour mesurer les vitesses de l'écoulement, retrancher la vitesse de la surface actuatrice à celle de l'écoulement pour obtenir la vitesse relative. Par contre, comme la surface actuatrice est le siège de discontinuités en vitesse de l'écoulement, l'évaluation de la vitesse de l'écoulement précisément sur la surface actuatrice peut être problématique à priori ; une solution garante de l'invariance des équations proposées et justifiée mathématiquement par une opération d'intégration à travers la surface actuatrice, est de prendre la moyenne de la vitesse de chaque côté de la surface actuatrice. En supposant une surface actuatrice statique, on trouve par exemple que la composante en X de la vitesse moyenne de l'écoulement est, par unité de surface :

$$u_{moy} = \frac{u_{ZP-} + u_{ZP+}}{2} = u_{ZP-} + \frac{\Delta u}{2} = u_{ZP+} - \frac{\Delta u}{2} \quad (3.5)$$

Contrairement aux deux autres, la composante w_{moy} perpendiculaire à la surface actuatrice ne pose pas de problème d'évaluation puisqu'elle est continue. Cette composante est néanmoins importante dans l'étude de l'aile d'envergure finie, car c'est à elle (en raison de l'expression de f_X à l'équation 3.4) qu'est associée la traînée induite. Comme on le voit dans l'article à l'annexe I, les variations de la composante en Z sont particulièrement intenses aux bouts des ailes et sont à associer avec l'action du système tourbillonnaire du sillage.

Des trois composantes, il reste à justifier celle orientée le long de l'axe Z , dont l'expression rappelle une relation de Bernoulli. Supposons que la surface actuatrice épouse les lignes de courant de l'écoulement de sorte qu'aucune particule fluide ne la traverse : elle devient équivalente à une nappe tourbillonnaire. Dans ce cas, les équations 3.4 sont compatibles avec les caractéristiques d'une nappe tourbillonnaire, c'est-à-dire que la seule action possible de la nappe sur l'écoulement s'exerce perpendiculairement à la nappe, en association avec un saut de pression statique, tandis que la pression totale reste la même partout dans l'écoulement. Or, c'est précisément ce que garantit la composante en Z du système

de forces f_Z , égale au saut de pression ΔP à travers la surface actuatrice, autrement dit l'égalité suivante est vérifiée :

$$P_{Z_P-} + \frac{1}{2}\rho(u_{Z_P-}^2 + v_{Z_P-}^2 + w_{Z_P-}^2) = P_{Z_P+} + \Delta P + \frac{1}{2}\rho(u_{Z_P+}^2 + v_{Z_P+}^2 + w_{Z_P+}^2) \quad (3.6)$$

En parallèle, il est intéressant de constater que la puissance exercée par les forces de la surface actuatrice sur les particules fluides de l'écoulement (mathématiquement : $\dot{W} = f_X u_{moy} + f_Y v_{moy} + f_Z w_{moy}$) est nulle, bien qu'à partir du moment où la pression totale est constante dans l'écoulement, ce soit un résultat attendu, compte tenu du bilan d'énergie à travers la surface. Cela rejoint le concept même de la surface actuatrice, qui vise à modéliser les structures génératrices de portance dans l'écoulement. Or, la portance est une force qui s'exerce perpendiculairement à la vitesse et n'est donc pas une force qui exerce un travail mécanique.

3.2 Résultats remarquables

Le problème 2D du segment porteur d'une discontinuité constante (qui est en fait celui de l'aile d'envergure infinie) est très instructif en ce qui concerne les capacités du modèle de la surface actuatrice. En effet, peu importe l'orientation choisie de la surface actuatrice par rapport à l'écoulement incident (même quand la surface est choisie perpendiculaire), on trouve que la force totale s'exerçant sur la surface est perpendiculaire à l'écoulement incident et toujours égale à la portance donnée par la loi de Kutta-Joukowski : $L = \rho U_\infty \Gamma$ où Γ est la circulation autour de la surface actuatrice. Typiquement, $\Gamma = c \Delta u$ et c mesure la longueur du segment à travers lequel un saut uniforme de vitesse Δu survient. Cette parfaite représentation de l'écoulement est signe que l'insertion du modèle de surface actuatrice à la méthode CFD 2D est fonctionnelle.

Le problème axisymétrique du disque actuateur uniformément chargé est lui aussi un exemple du bon fonctionnement de la méthode CFD, ainsi que de la possibilité de modéliser une nappe tourbillonnaire qui dépasse le domaine de solution. Ici, en l'occurrence, c'est le système tourbillonnaire qui s'échappe à la périphérie du disque actuateur et qui subsiste indéfiniment dans le sillage.

Le problème 3D de l'aile d'envergure finie en translation est le problème le plus important à analyser avant de procéder à celui de l'aile en rotation. Or, l'étude de ce cas a démontré que :

- Il est préférable d'utiliser un schéma d'ordre supérieur pour modéliser les flux de convection et obtenir de manière efficace (c'est-à-dire avec moins de puissance de calcul nécessaire) une solution satisfaisante de l'écoulement. Le schéma de deuxième ordre décrit par Tran et al. [77] a été intégré au modèle CFD 3D et en plus de minimiser le phénomène de fausse diffusion, on a observé qu'il permet une bien meilleure modélisation de l'écoulement aux bouts de pales ;
- L'évaluation de la traînée induite est en accord avec les méthodes basées sur la théorie de la ligne portante de Prandtl. La discrétisation minimale pour retrouver les résultats de la ligne portante est de distribuer au moins 1000 points sur la surface actuatrice ;
- L'utilisation d'une méthode CFD modélisant l'action d'un objet générant de la portance par une distribution de forces à l'intérieur d'un volume peut devenir source de problèmes et d'erreurs, notamment quand la finesse de la discrétisation du volume est insuffisante ou que les forces imparties au volume ne respectent pas la physique des écoulements non visqueux, tels que le lien entre la circulation et la portance. Par contre, on ne remet pas en doute qu'une méthode basée sur une distribution de forces puisse être une approche aussi valable que celle proposée dans cette thèse. Une surface actuatrice est en effet le prolongement à la limite d'une méthode basée sur une distribution de forces, quand l'épaisseur du volume représentant la surface portante tend vers zéro.

Les problèmes rencontrés pour la simulation de l'aile d'envergure finie en rotation ont été multiples et ont constitué une embûche sérieuse au courant de cette thèse. En raison des caractéristiques de la méthode CFD disponible, développée pour résoudre les équations de Navier-Stokes sous leur forme cartésienne (alors qu'une version résolvant ces équations sous une forme cylindrique aurait été plus adaptée), la simple analyse d'un écoulement en rotation solide peut rapidement se transformer en un terrible casse-tête. Si l'on choisit, par exemple, de se servir de la CFD pour modéliser un écoulement en rotation solide, tel que mesuré dans un repère en translation par rapport à l'axe de rotation, alors on observe que la CFD ne fonctionne bien (c'est-à-dire converge vers la solution triviale) que quand un certain ratio entre les vitesses de translation, de rotation et les dimensions radiales du domaine de solution n'est pas dépassé. Or, pour le problème d'une éolienne, ce ratio est largement dépassé et il devient impossible de résoudre le problème de l'aérodynamique d'une éolienne tel que vu dans le repère non inertiel attaché au rotor de l'éolienne. Le choix d'une décomposition de l'écoulement en deux composantes, une de rotation et une autre, inconnue, mesurant la vitesse dans un repère fixe inertiel, apparaît naturel pour dissocier la composante de rotation, certes dominante, mais connue, de celle inconnue, de perturbation, et à laquelle on s'intéresse véritablement. Les conséquences de cette décomposition peuvent s'analyser de plusieurs manières : celle présentée dans l'article de l'annexe I est basée sur une forme intégrale des équations de Navier-Stokes, cohérente avec les principes d'élaboration des méthodes CFD par volumes finis. La procédure retenue et présentée dans cette thèse est originale et permet d'analyser des écoulements avec une forte composante de rotation. Les logiciels CFD commerciaux Fluent et CFX-Ansys disposent eux aussi d'une procédure spéciale (notamment en utilisant des algorithmes couplés pour résoudre les équations discrétisées de l'écoulement) pour l'analyse des écoulements en rotation. Une recherche bibliographique ne nous a pas permis de trouver l'équivalent de la procédure proposée ici. Or, cette procédure se trouve particulièrement adaptée pour l'ana-

lyse d'écoulements confinés ou non confinés, la rendant donc particulièrement attrayante à l'emploi.

Le problème de l'éolienne de l'Université Technique de Delft (TUDelft) est une bonne démonstration des possibilités offertes par la méthode de surface actuatrice, notamment en ce qui concerne la prédiction du champ 3D des vitesses. Les mesures expérimentales du sillage ou de l'écoulement entrant proche d'une éolienne avec la qualité des mesures réalisées à TUDelft [64, 65] sont rares. Le projet MEXICO [78], réalisé dernièrement, devrait apporter des données du champ de vitesse d'aussi bonne qualité pour une éolienne de 4.5m de diamètre, en recourant à des techniques de vélocimétrie par imagerie particulière. En comparaison, les projets expérimentaux menés par le NREL se sont plus attardés à la mesure des caractéristiques aérodynamiques ou de chargement à la pale de l'éolienne, au détriment des caractéristiques de l'écoulement en amont et en aval.

Au prochain chapitre, on présente l'utilisation du concept de surface actuatrice pour modéliser le problème du disque actuateur dans une formulation CFD axisymétrique. La méthode numérique mise en oeuvre est appliquée à plusieurs éoliennes et on compare ses fondements et ses résultats avec ceux d'autres modèles basés sur le principe du disque actuateur.

CHAPITRE 4

MÉTHODE AXISYMÉTRIQUE : DISQUE ACTUATEUR

Cet article a été publié dans le journal *Journal of Solar Energy Engineering* de l'ASME, en mai 2005 (référence bibliographique [75]) sous le titre *Wind Turbine Performance Predictions using a differential actuator-lifting disk model* avec comme premier auteur Christophe Sibuet Watters et comme deuxième auteur Christian Masson. L'article complet et les résultats détaillés sont disponibles à l'Annexe II. Cette partie de la recherche s'inscrit dans un effort à long terme orienté vers le développement d'une méthode numérique alliant CFD pour modéliser l'écoulement autour de l'éolienne et disque actuateur pour modéliser l'action de l'éolienne.

Rappelons que le concept de disque actuateur, tel qu'énoncé par Froude à la fin du XIX^{ème} siècle, stipule que le rotor d'une hélice ou d'une éolienne peut être représenté par une nappe tourbillonnaire poreuse distribuée sur la surface d'un disque, résultat du processus limite quand on fait tendre le nombre de pales vers l'infini, tout en maintenant la solidité du rotor constante [79]. La solidité du rotor est le nombre sans dimension :

$$\sigma = \frac{Bc}{\pi R} \quad (4.1)$$

où B est le nombre de pales, c est une longueur caractéristique de la corde d'une section de la pale et R est le rayon du rotor. En conservant la solidité du rotor constante tout en augmentant le nombre de pales, on pourrait croire a priori que le problème physique reste le même puisque les nombres sans dimension le caractérisant sont les mêmes. Or, une analyse rapide montre que lors d'un tel passage à la limite, le facteur de forme de chaque pale tend aussi vers l'infini (en somme, le facteur de forme vaut $\frac{R^2}{Rc} = R/c$) et que la traînée induite de l'ensemble des pales tend vers zéro. Le disque actuateur est donc

un objet abstrait incapable de restituer complètement la physique d'un rotor d'éolienne, surtout en ce qui concerne l'influence du sillage sur l'aérodynamique de la pale.

Selon la conception classique du disque actuateur appliqué aux hélices [80] ou aux rotors d'hélicoptères [20], le disque actuateur peut être représenté par une surface actuatrice prenant la forme d'un disque à travers lequel s'établissent des discontinuités en vitesse égales à la valeur moyenne de la circulation autour du profil portant des pales du rotor. Ces discontinuités en vitesse ont purement une composante azimutale, bien que les travaux de Van Kuik [40] démontrent l'existence d'une solution avec une composante radiale additionnelle dans le cas où le disque actuateur a une épaisseur non nulle, qui s'évanouit dans le cas où l'épaisseur devient nulle. Dans l'article publié, on s'est limité à des situations où l'écoulement autour du disque actuateur est axisymétrique.

Dans cette section, on compare dans un premier temps le modèle mathématique du disque actuateur avec celui typiquement mis en oeuvre dans les modèles CFD représentant le disque actuateur via un système de forces, pour en faire ressortir les similarités et les différences. Certains résultats de l'article sont finalement repris pour en faire ressortir les aspects les plus remarquables.

4.1 Aspects théoriques particuliers

La plupart des méthodes CFD modélisant l'écoulement autour de l'éolienne par le concept de disque actuateur utilisent une analyse par élément de pale pour calculer les forces exercées par le disque actuateur sur l'écoulement, puis intègrent ces forces à la dynamique de la CFD par le biais de termes sources dans les bilans de quantité de mouvement. Dans une méthode CFD basée sur les principes d'analyse des volumes finis, ces termes consistent en des sources de quantité de mouvement imprimées à l'écoulement dans certains volumes de contrôle, typiquement répartis dans un volume simulant le disque actuateur, d'épaisseur fixée indépendamment du maillage utilisé ou correspondant à l'épaisseur des volumes de

contrôle associés aux noeuds discrétisant le disque actuateur : il s'agit alors d'une représentation surfacique du disque actuateur. La démarche menant à l'expression du système de forces utilise les principes de l'analyse par élément de pale : pour une section donnée de la pale, il s'agit d'évaluer l'écoulement du fluide relativement à cette section, afin de calculer les forces aérodynamiques (portance et traînée) engendrées par l'écoulement sur la section de la pale. Selon le principe d'action-réaction, les forces agissant sur l'écoulement sont égales, mais opposées. Ce genre d'analyse mène à l'expression suivante du système de forces associé au disque actuateur, par unité de surface du disque actuateur :

$$\begin{aligned} f_n &= -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_t C_L + U_n C_D] \\ f_t &= -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_n C_L - U_t C_D] \end{aligned} \quad (4.2)$$

où ces forces sont exprimées pour un point du disque actuateur situé à une distance r de l'axe de rotation du rotor. Ainsi que l'illustre la figure 4.1, U_t et U_n correspondent aux composantes tangentielle et axiale de la vitesse relative V_{rel} de l'écoulement (relativement à la pale en rotation), c mesure la corde du profil aérodynamique définissant la pale à la distance r , tandis que C_L et C_D sont les coefficients de portance et de traînée de la section aérodynamique, essentiellement fonctions de l'angle d'attaque et du type de profil aérodynamique utilisé pour définir la section de la pale analysée.

L'analyse qui est présentée dans l'article de l'annexe II, utilisant le principe de la surface actuatrice, démontre que le système de forces associé à la surface actuatrice est plutôt décrit par le système de forces suivant :

$$\begin{aligned} f_n &= -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_t C_L] \\ f_t &= -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_n C_L] \end{aligned} \quad (4.3)$$

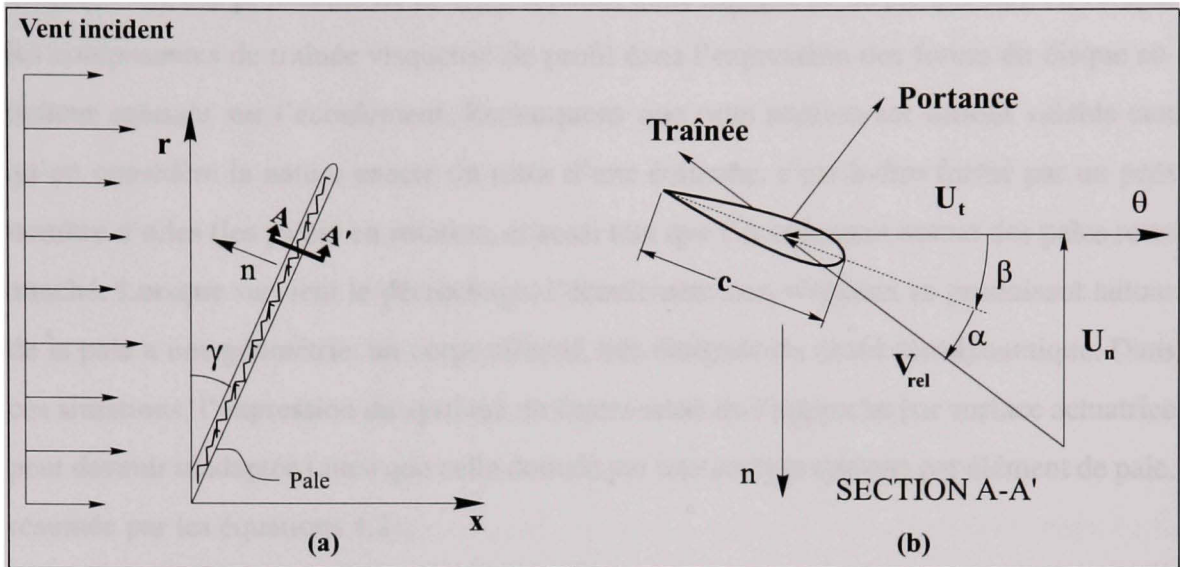


Figure 4.1 *Analyse de l'écoulement relatif à une section de pale.*

En somme, les deux approches conduisent à des expressions identiques pour le système de forces associé, sauf que l'approche par le concept de surface actuatrice ne retient pas les termes associés à la traînée (autre qu'induite), apparemment en désaccord avec le principe d'action-réaction. L'absence des termes de traînée dans l'approche utilisant la surface actuatrice est liée aux principes de base du concept de surface actuatrice (et de disque actuateur) qui modélise seulement la structure portante tourbillonnaire. Cette façon de modéliser l'écoulement d'une éolienne n'est pas unique au modèle de surface actuatrice : les représentations par méthodes tourbillonnaires de l'aérodynamique d'un rotor d'éolienne ne tiennent pas non plus compte des termes visqueux pour modéliser l'aérodynamique du rotor ou du sillage (voir par exemple les travaux de Robison et al. [59] ou Sant [64]). Une justification de l'absence de prise en compte de ces termes est liée au caractère parabolique plutôt qu'elliptique des termes visqueux associés à la couche limite qui se développe sur les pales. Tant que les couches limites restent minces et collées aux profils définissant la pale, l'aérodynamique du rotor est une aérodynamique d'écoulement non visqueux, c'est-à-dire qu'elle est à toute fin pratique indépendante des phénomènes survenant dans les couches

limites. Pour des problèmes de ce type, il paraît donc logique de ne pas prendre en compte les composantes de traînée visqueuse de profil dans l'expression des forces du disque actuateur agissant sur l'écoulement. Remarquons que cette analyse est surtout valable tant qu'on considère la nature exacte du rotor d'une éolienne, c'est-à-dire formé par un petit nombre d'ailes (les pales) en rotation, et aussi tant que l'écoulement autour des pales reste attaché. Lorsque survient le décrochage, l'écoulement non visqueux se produisant autour de la pale a une géométrie, un corps effectif, très éloignée du profil aérodynamique. Dans ces situations, l'expression du système de forces issue de l'approche par surface actuatrice peut devenir inadaptée (ainsi que celle donnée par une analyse typique par élément de pale, résumée par les équations 4.2).

Comme on le souligne dans l'article, si l'écoulement non visqueux est calculé par la méthode de surface actuatrice sans prendre en compte les termes de traînée visqueuse, au moment d'évaluer les forces aérodynamiques s'exerçant sur le rotor, il faut par contre prendre en compte les termes visqueux. Pour ces raisons, la puissance et la poussée de l'éolienne sont calculées par les formules (pour le cas particulier d'une éolienne avec un angle de conicité nul) :

$$\begin{aligned} P &= \int_0^R \left(\frac{B\rho V_{rel}c}{2} (U_n C_L - U_t C_D) \Omega r \right) dr \\ T &= \int_0^R \frac{B\rho V_{rel}c}{2} (U_t C_L + U_n C_D) dr \end{aligned} \quad (4.4)$$

Pour quantifier l'influence des termes de traînée sur l'aérodynamique d'une éolienne, considérons par exemple le bilan de quantité de mouvement axial le long d'un tube de courant passant à travers le rotor : la force qui s'exerce et qui ralentit l'écoulement est essentiellement l'opposée d'une composante de poussée. Or, selon l'équation 4.4, le ratio de la composante due à la traînée par rapport à la composante due à la portance vaut $\frac{U_n C_D}{U_t C_L}$ et en faisant l'approximation $U_n \cong U_\infty$ et $U_t \cong \Omega R$, on trouve que le ratio vaut environ $\frac{1}{\lambda \frac{C_L}{C_D}}$, où λ est la vitesse spécifique et $\frac{C_L}{C_D}$ est la finesse du profil (fonction de l'angle d'attaque). Dans

les gammes d'opération $\lambda > 4$ et quand les angles d'attaque restent en deçà de l'angle de décrochage, on peut donc s'attendre à ce que ce ratio soit très petit et donc que la composante de traînée influence peu le calcul de la composante axiale de vitesse dans le plan du rotor. Par contre, quand $\lambda < 2$ et que la majeure partie de la pale subit le décrochage, le ratio n'est plus négligeable et en conséquence, on peut s'attendre à ce que la traînée ait un impact non négligeable sur l'aérodynamique dans le plan du rotor. À ce stade, on comprend donc qu'il est difficile de trancher sur la pertinence de prendre en compte ou non la traînée lors de la modélisation de l'aérodynamique du rotor selon le concept du disque actuateur. Les deux approches semblent avoir autant de mérite les unes que les autres. Le concept de surface actuatrice est intrinsèquement incapable de restituer l'influence de la viscosité sur l'écoulement. Des améliorations futures pourraient par exemple viser l'introduction de forces de frottement pour ralentir l'écoulement dans des régions ciblées, de façon à améliorer les prévisions dans et autour de ces régions. À toutes fins pratiques, il faut bien comprendre que tous ces efforts restent des efforts de modélisation. La seule approche garante du respect intégral des principes de quantité de mouvement, de conservation de la masse, etc., consiste en une modélisation poussée de l'aérodynamique, c'est-à-dire par le biais d'une méthode CFD utilisant une modélisation de la pale par sa géométrie exacte. Nous avons étudié l'influence de prendre ou non en compte la composante de traînée dans le calcul de l'aérodynamique quand on utilise le concept de disque actuateur dans une méthode CFD. Ceci fait, entre autres, l'objet de la section suivante.

4.2 Résultats remarquables

La comparaison entre les résultats produits par le concept de surface actuatrice (fidèle au concept original du disque actuateur) et ceux produits par une approche de type "forces", prenant en compte les forces de traînée et ne permettant pas de discontinuités en vitesse et pression, fait ressortir les deux aspects suivants :

- Dans une représentation surfacique du disque actuateur, l’absence de prise en compte explicite des discontinuités en vitesse et pression provoque des variations rapides et non physiques des champs de vitesse et de pression et résulte en une estimation faussée des vitesses dans le plan du rotor, ainsi que dans le sillage de l’éolienne ;
- La prise en compte des forces de traînée visqueuse dans l’expression des forces décrivant l’action du disque actuateur sur l’écoulement modifie les prévisions de l’écoulement dans le plan du rotor de l’éolienne et dans son sillage. En ce qui concerne la composante tangentielle de la vitesse, on retient que la prise en compte de la traînée dans le système de forces influence le calcul de la vitesse tangentielle. Or, la composante tangentielle est directement liée à la circulation, et donc à la portance autour des profils des pales. Dans une méthode ne permettant pas de modéliser une discontinuité de vitesse dans la direction tangentielle, la circulation n’est pas représentée et la loi de Kutta-Joukowski n’est pas respectée. Par contre, dans une méthode comme la surface actuatrice, la discontinuité en vitesse peut être explicitement prescrite pour vérifier la loi de Kutta-Joukowski, tandis que la composante de force visqueuse peut être prise en compte dans les composantes f_n et f_t du système de forces. Une telle formulation respecte les principes d’action-réaction, en plus de respecter les principes associés à la génération de portance. Considérant les résultats produits dans l’annexe II, on s’attend à ce qu’une telle formulation conduise à des résultats très similaires en ce qui concerne les facteurs d’induction axiaux.

Pour illustrer le deuxième point par un exemple, nous présentons ici les résultats d’analyse pour l’éolienne NREL Phase VI avec un angle de calage de 3 degrés. Deux modèles sont comparés : le premier modèle est celui de la surface actuatrice tel que décrit dans la section précédente, c’est-à-dire qu’il modélise le disque actuateur par un saut de vitesse tangentielle, de manière à reproduire la circulation associée à la portance, tandis que le système de forces est celui donné par le système d’équations 4.3 ; le deuxième modèle est celui de la surface actuatrice, au sens où le disque actuateur est encore modélisé par le même saut de vitesse, cependant le système de forces est celui du système d’équation 4.2. Pour mieux apprécier les différences entre les deux modèles, on présente aux figures 4.2 et 4.3

les valeurs des facteurs d'induction axiale ($a = 1 - \frac{u}{U_\infty}$) et des angles d'attaque en fonction de la position radiale le long de la pale pour plusieurs valeurs de vitesse spécifique (TSR). Les résultats du premier modèle sont indiqués par une ligne pleine, tandis que ceux du deuxième modèle le sont par une ligne pointillée. La comparaison entre les deux modèles montre, en accord avec les arguments théoriques évoqués à la section précédente, que l'on ne peut discerner une différence significative entre les résultats que quand $\lambda < 4$. En termes de puissance et de traînée, les différences entre les résultats produits par les deux méthodes restent aussi relativement minimales. Ainsi, on mesure des différences maximales de l'ordre de 2% pour $\lambda < 4$ et de moins de 1% pour $\lambda > 4$. La figure 4.4 présente graphiquement les coefficients de puissance et de traînée produits par les deux méthodes : sur ce graphique, les différences entre les deux modèles sont à peine discernables. On pourrait voir dans ces remarques une preuve par le calcul que la traînée influence peu les prévisions de l'aérodynamique du rotor, ou de façon identique, que l'aérodynamique du disque actuateur est avant tout une aérodynamique non visqueuse.

Une fois encore, il faut préciser qu'il n'est pas ici question de dévaloriser l'utilisation des méthodes axées sur la représentation du disque actuateur par un système de forces. En effet, il paraît tout à fait raisonnable d'utiliser une telle méthode, à condition de discrétiser le disque actuateur par un volume et un ensemble de points suffisants pour que la méthode CFD calcule une solution respectant intégralement la physique de l'écoulement se produisant autour du disque actuateur.

En plus des influences liées au choix de modélisation du disque actuateur, les influences des données aérodynamiques, c'est-à-dire les données permettant de fixer les valeurs des coefficients de portance et de traînée C_L et C_D , sont particulièrement importantes et ont notamment été illustrées par Tangler [81]. Pour illustrer cette influence, le cas de l'éolienne NREL Phase VI est à nouveau analysé. Le rapport de Hand et al. [82] fournit plusieurs sources possibles pour les données aérodynamiques, provenant de mesures sur des profils S809 (le profil utilisé pour définir la géométrie de la pale) dans différentes souffleries

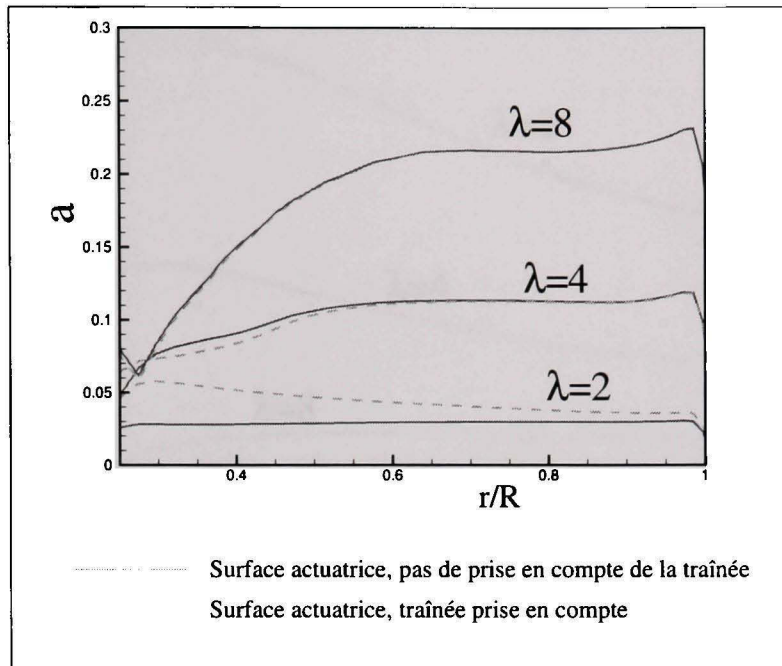


Figure 4.2 *Facteur d'induction axiale ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3° .*

et à des nombres de Reynolds variés. La plupart des mesures ont été réalisées pour des angles d'attaque inférieurs à 20° , ce qui représente un éventail insuffisant d'angles d'attaque pour modéliser l'aérodynamique de l'éolienne sur toute sa plage d'opération (pour $\lambda < 4$, il existe des angles d'attaque dépassant 20° le long de la pale). La procédure classique consiste à compléter l'éventail des données aérodynamiques en utilisant des données d'autres profils ou des données de plaque plane (notamment pour les coefficients de traînée à grand angle d'attaque). Or, parmi les données disponibles dans le rapport de Hand et al., un jeu de données mesurées dans la soufflerie CSU (Colorado State University) fournit les valeurs mesurées expérimentalement de C_L et C_D pour un éventail d'angles d'attaque allant de -2° à 180° et pour un nombre de Reynolds de 500 000. La figure 4.5 compare les données issues de CSU avec des données mesurées dans la soufflerie de l'Université Technique de Delft (TUDelft) à un nombre de Reynolds de 1000 000 (complétées au-delà de 20° par des données du profil NACA0012 [26]). Même si les données sont très similaires pour

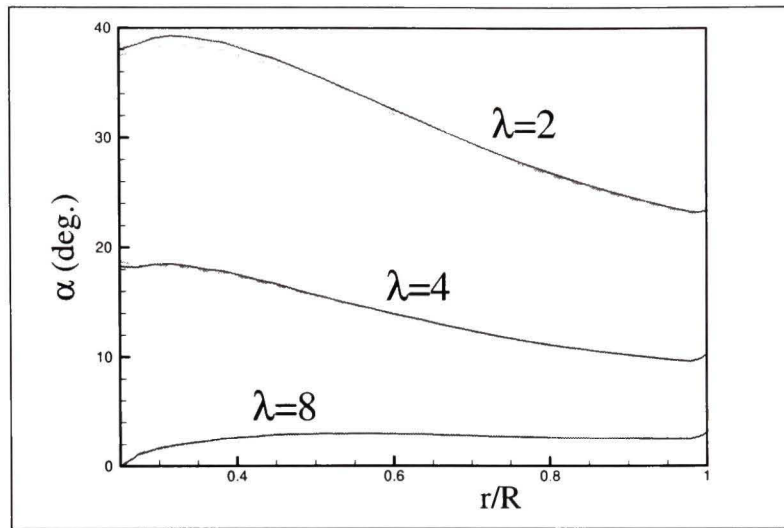


Figure 4.3 Angle d'attaque ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3° .

des angles d'attaque de 20° et moins, on voit qu'au-delà, elles diffèrent de façon plus marquée. L'influence des données aérodynamiques sur les calculs de performance de l'éolienne est mise en évidence à la figure 4.6 qui présente côte à côte les coefficients C_P et C_T et les valeurs de puissance et poussée normalisées pour des conditions atmosphériques standards ($\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$) à partir des deux ensembles de données aérodynamiques (contrairement à la possibilité décrite et mise en oeuvre dans l'annexe II, on n'utilise pas un modèle corrigeant les données statiques). L'influence des données aérodynamiques est importante autant pour la puissance que la poussée et mène à des résultats très différents à vitesse élevée. Entre 15 et 25 m/s , la puissance prévue par le modèle, à partir des données à $Re=500\,000$ est bien inférieure à la puissance prédite à partir des données à $Re=1\,000\,000$, ce que l'on pourrait imputer aux coefficients de traînée plus élevés pour le premier ensemble de données. Or, la poussée est inférieure quand on utilise les données à $Re=500\,000$, bien que la traînée contribue positivement à l'équation 4.4. Pour comprendre ces résultats, il faut aussi prendre en compte l'influence de la portance puisqu'elle est le moteur de l'induction provoquée par le disque actuateur. On note en effet que pour cette gamme de vitesse, les données à $Re=500\,000$ entraînent une induction axiale plus importante de l'écoulement à

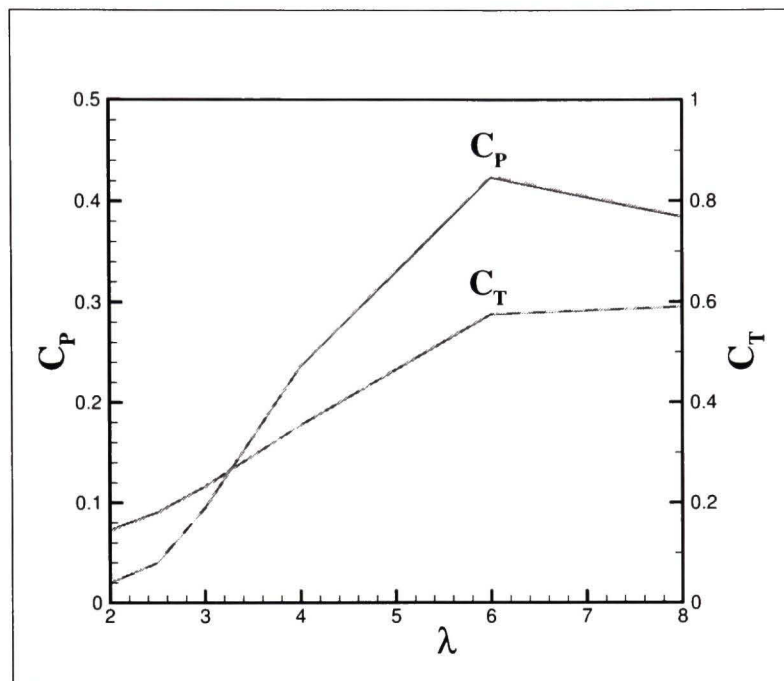


Figure 4.4 Coefficients de puissance et de traînée ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3° .

partir de la moitié jusqu'à l'extrémité de la pale, et donc moins d'énergie aérodynamique disponible, ce qui résulte en moins de puissance et moins de poussée mécanique au rotor.

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence différentes façons d'analyser l'aérodynamique d'une éolienne par le biais du concept du disque actuateur imbriqué dans une méthode CFD. Le prochain chapitre présente l'application du concept de surface actuatrice comme modèle 3D d'une pale d'éolienne en rotation aux éoliennes expérimentales du NREL et de TUDelft. Dans le souci de comparer les résultats obtenus avec d'autres modèles aérodynamiques, des comparaisons sont réalisées avec des modèles intégraux de quantité de mouvement, tourbillonnaires et de disque actuateur. Les modèles capables de représenter la complexité du sillage tourbillonnaire d'une éolienne permettent naturellement de prendre en compte les effets de finitude des pales, contrairement au disque actuateur, dont les fondements l'en empêchent intrinsèquement. Cela n'en fait pas un modèle

désuet pour autant, car comme on l'a présenté, d'autres facteurs influencent grandement les prévisions de l'aérodynamique d'une éolienne avec, au premier rang, les données aérodynamiques de portance et de traînée.

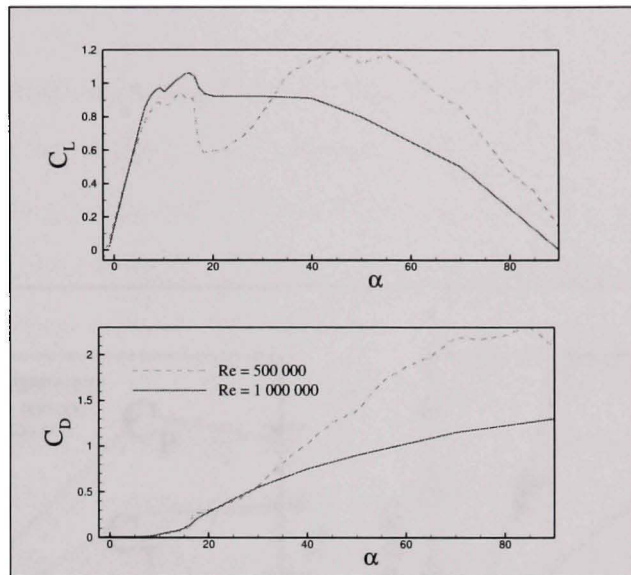


Figure 4.5 *Coefficients de portance et de traînée pour le profil S809 - Deux sources.*

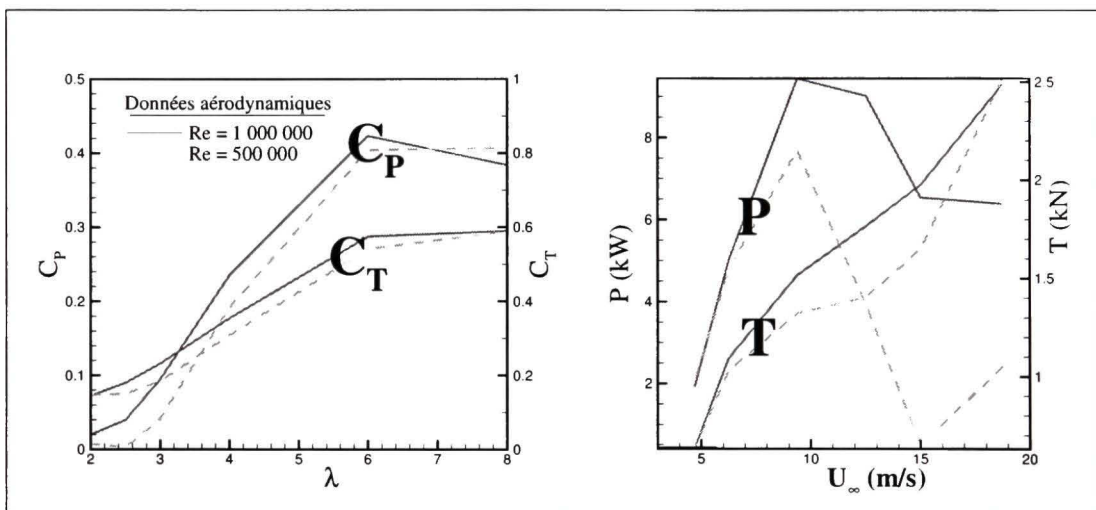


Figure 4.6 Influence des données aérodynamiques sur C_P et C_T ; éolienne NREL Phase VI, angle de calage de 3° .

CHAPITRE 5

SURFACES ACTUATRICES APPLIQUÉES AUX ÉOLIENNES

Dans ce chapitre, la méthode numérique développée pour étudier le problème de surface actuatrice en rotation est appliquée aux éoliennes expérimentales du NREL et de l'Université Technique de Delft afin d'étudier l'aérodynamique du rotor et l'influence du sillage tourbillonnaire. Des comparaisons sont effectuées entre le modèle proposé et des résultats expérimentaux, ainsi qu'avec trois autres modèles numériques d'analyse de l'aérodynamique d'un rotor éolien : un modèle intégral de quantité de mouvement, un modèle tourbillonnaire et le modèle du disque actuateur basé sur le concept de surface actuatrice présenté au chapitre 4. Le compte rendu des travaux réalisés a été rédigé sous la forme d'un article soumis pour publication au journal *Wind Energy* par Christophe Sibuet Watters (premier auteur), Simon Breton (deuxième auteur et responsable des simulations utilisant le modèle tourbillonnaire) et Christian Masson. L'article complet et les résultats détaillés sont disponibles à l'Annexe III. Dans ce qui suit, on fournit des compléments d'information, notamment sur la formulation tourbillonnaire du modèle mathématique de la surface actuatrice et sur l'interprétation des résultats obtenus.

5.1 Version tourbillonnaire du modèle mathématique de la surface actuatrice

Ainsi que discuté au chapitre 3, une surface actuatrice dénomme une nappe tourbillonnaire poreuse, dont l'action sur l'écoulement est associée à un processus de portance. Dans une approche non visqueuse de l'écoulement, le concept de nappe tourbillonnaire est avant tout mathématique, car les processus de création de vorticité sont physiquement le fruit de la viscosité en écoulement incompressible. Les exposés classiques de mécanique des fluides nous apprennent qu'une nappe tourbillonnaire est forcément non-poreuse [14] (lois

d'Helmholtz), ce qui, dans le cas d'une nappe associée à une surface solide en écoulement stationnaire, se traduit par le fait que la nappe tourbillonnaire est aussi une ligne de courant. Pourvu qu'elle soit porteuse d'un champ d'intensité $\vec{\gamma}$ par unité de surface, elle est alors associée à une discontinuité en vitesse $\Delta\vec{V} = -\vec{n} \times \vec{\gamma}$ (voir par exemple [83]), où \vec{n} est le vecteur normal à la surface de la nappe, qui pointe dans la direction selon laquelle on mesure la discontinuité.

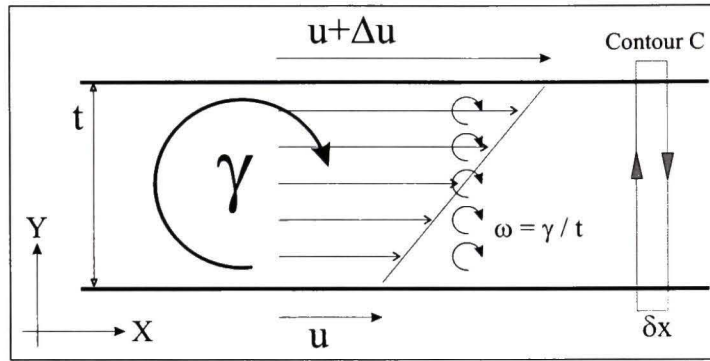


Figure 5.1 *Section d'une nappe tourbillonnaire.*

Cette relation entre intensité tourbillonnaire et discontinuité en vitesse est aisément démontrable, que la nappe soit poreuse ou non. Pour cela, la figure 5.1 présente une section d'épaisseur t d'une nappe tourbillonnaire bidimensionnelle d'intensité tourbillonnaire γ orientée par un système d'axes X, Y selon lequel X est localement tangent à la nappe et Y lui est perpendiculaire. Quand cette intensité tourbillonnaire est répartie sur l'épaisseur de la nappe, elle correspond à un champ de vorticité $\omega = \gamma/t$ d'intensité constante à travers l'épaisseur de la nappe, si bien que lorsque l'on applique le théorème de Stokes à l'intégrale de contour de la vitesse pratiquée sur le contour rectangulaire C indiqué sur le côté droit de la figure 5.1, entourant la nappe sur toute son épaisseur, on trouve :

$$\oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l} = \iint_{S_C} \omega dS = \omega t \delta x = \gamma \delta x \quad (5.1)$$

où S_C est la surface rectangulaire délimitée par le contour C . Or, l'intégrale de contour $\oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l}$ peut aussi être évaluée en considérant les composantes u, v de l'écoulement selon les axes X, Y .

En considérant une épaisseur t très petite, la variation de la composante v à travers l'épaisseur devient négligeable, ainsi on peut approximer l'intégrale de contour de la manière suivante :

$$\oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l} = \Delta u \delta x - t \delta x \frac{dv}{dx} \quad (5.2)$$

À la limite où l'on fait tendre l'épaisseur t du profil vers zéro, on comprend alors des équations 5.1 et 5.2 que nécessairement : $\Delta u = \gamma$, ce que l'on peut généraliser à une nappe tourbillonnaire 3D par $\Delta \vec{V} = -\vec{n} \times \vec{\gamma}$.

Dans le contexte des nappes tourbillonnaires épousant les lignes de courant de l'écoulement, l'action de la nappe se résume [84] à la génération d'une discontinuité de vitesse tangentielle à la nappe et à une discontinuité en pression qui, si l'écoulement a une pression totale constante, est mesurée par une expression de la forme $\Delta p = -\frac{1}{2}\rho\Delta(V^2)$ ainsi que l'on a vu au chapitre 3. Pour cette raison, les mécanismes à l'intérieur de la nappe n'ont généralement pas besoin d'être analysés plus en détails. En ce qui concerne les nappes tourbillonnaires poreuses, dont notamment le cas du disque actuateur, les travaux les plus complets sont ceux de Van Kuik [40,85]. Van Kuik assimile le disque actuateur à une nappe tourbillonnaire, et par une analyse de l'écoulement, démontre que le système de forces (par unité de volume) associé au disque actuateur obéit à la relation $\vec{f} = -\rho \vec{v}_{rot} \times \vec{\omega}$ où \vec{v}_{rot} est la vitesse de l'écoulement telle que mesurée dans un repère tournant à la même vitesse que le rotor modélisé par le disque actuateur et où $\vec{\omega}$ est l'intensité du champ de vorticité du disque actuateur à travers son épaisseur (en accord avec la notation préalablement introduite). Ainsi qu'on le présente dans l'annexe III, l'expression de Van Kuik est généralisée au cas d'une surface actuatrice en intégrant l'expression $\vec{f} = -\rho \vec{v} \times \vec{\omega}$ à travers l'épaisseur de la surface actuatrice, pour trouver que le système de forces associé à une surface

actuatrice est, par unité de surface :

$$\vec{f}_{AS} = -\rho \vec{V}_{rel,moy} \times \vec{\gamma} \quad (5.3)$$

où $\vec{V}_{rel,moy}$ correspond à la vitesse relative de l'écoulement mesurée par rapport à la surface actuatrice qui, dans le cas général, peut être en mouvement, et où l'indice moy réfère à la valeur moyenne de cette vitesse de part et d'autre de la surface actuatrice. Dans un référentiel pour lequel la surface actuatrice est immobile et l'écoulement stationnaire, cette expression du système de forces a l'avantage d'éliminer le terme associé à la vorticité dans l'équation d'Euler, quand elle est écrite sous la forme :

$$\nabla \cdot (p + \frac{1}{2}\rho V^2) = \rho \vec{V} \times \vec{\omega} + \vec{f} \quad (5.4)$$

On peut d'ailleurs vérifier qu'en développant l'équation 5.3 selon les trois axes d'un repère cartésien X, Y, Z , on retrouve les équations 3.4 du chapitre 3. Notons aussi que l'expression 5.3 permet de calculer le système de forces associé à la surface actuatrice indépendamment du choix du référentiel, ou en d'autres termes, que l'expression de \vec{f}_{AS} est une expression invariante (bien qu'établie dans le référentiel où la surface actuatrice est immobile). Notons finalement que l'expression 5.3 est en somme une généralisation en 3D de l'équation de Kutta-Joukowski valable (et formellement démontrable) en 2D. La portance pour un corps 3D est donc un processus dont les mécanismes obéissent aux mêmes principes qu'en 2D, avec les mêmes relations entre portance et circulation. Cette conclusion, qui s'appuie sur les raisonnements semi-formels et intuitifs présentés à l'annexe III, est en fait une hypothèse de base employée par les méthodes tourbillonnaires utilisant le principe de la ligne portante, qui, pour calculer la force du tourbillon s'exerçant autour d'une section de la ligne portante, utilisent justement une équation de Kutta-Joukowski.

L'image ainsi formée par la surface actuatrice est complète au sens où elle respecte les principes physiques associés à la portance et le lien que la portance entretient avec la cir-

culution. Dans le cas du disque actuateur d'épaisseur non nulle, Van Kuik [40] a démontré la possibilité qu'existe aussi une force radiale en plus des forces azimutales et normales au disque. Cependant, cette force disparaît au passage à la limite vers une épaisseur nulle. Dans le cas de la surface actuatrice, on a donc un chargement unique du disque actuateur, ainsi qu'une solution unique de l'écoulement.

5.2 Aspects de la méthode numérique

La modélisation numérique des écoulements 3D est un art plus sophistiqué que la modélisation des écoulements 2D dès lors que l'on considère les problèmes liés au maillage. La qualité du maillage utilisé pour discrétiser le domaine de solution est en effet centrale pour assurer la précision des calculs tout en minimisant la puissance informatique nécessaire, qui devient rapidement énorme pour les écoulements 3D comparés aux 2D. Pour minimiser le nombre de noeuds discrétisant le domaine de solution, les maillages non structurés offrent une perspective intéressante. Ici, en raison du choix d'un code maison basé sur un maillage structuré et un découpage par éléments tétraédriques, le problème consiste à construire un maillage discrétisant un demi-domaine cylindrique creux dans lequel la surface actuatrice épouse le contour de la surface projetée d'une pale d'éolienne, dans un plan perpendiculaire à l'écoulement incident uniforme U_∞ orientant l'axe X . Le maillage proposé est généré en répartissant des noeuds dans des plans $X = X_i$ où i est le numéro d'un plan ($i=1,2,\dots$) et X_i est une constante. Dans le plan de la surface actuatrice (PSA), le maillage à réaliser est un maillage 2D, les noeuds sont positionnés précisément sur la surface actuatrice avec des concentrations plus marquées vers les bouts de pales. En dehors de la surface actuatrice, les points sont graduellement espacés. Les plans amont et aval qui entourent le PSA sont des distorsions graduelles du PSA. Pour s'assurer de la qualité des résultats, on a procédé à une analyse de maillage sur des maillages totalisant, dans les directions axiales, azimutales et radiales, respectivement $75 \times 50 \times 35$, $150 \times 100 \times 70$ et $225 \times 150 \times 105$ noeuds imbriqués les uns dans les autres. Pour des raisons d'espace mé-

moire, on n'a pas pu étudier le maillage de dimension $300 \times 200 \times 140$, successeur logique des deux premiers. Le maillage intermédiaire a été retenu pour présenter les résultats, car en termes de poussée et de frottement, les résultats du troisième maillage ne fournissaient des différences que de l'ordre d'un pourcent, or les temps de calculs associés étaient plus importants.

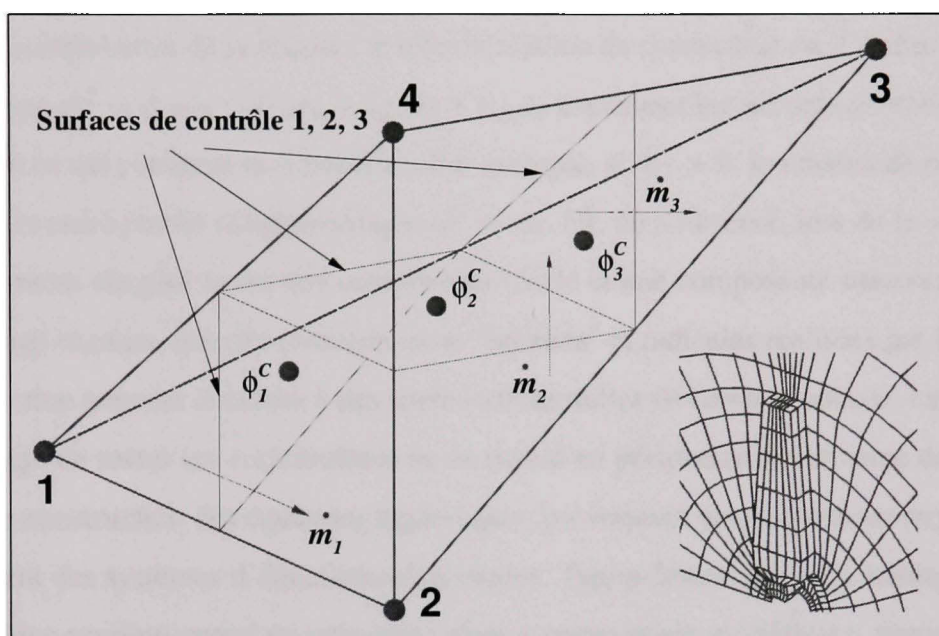


Figure 5.2 *Un élément tétraédrique du maillage.*

Ainsi qu'on le fait remarquer dans l'article, un espacement minimal, fonction de l'inverse de la vitesse spécifique, doit être respecté dans l'espacement entre deux plans du maillage, faute de quoi des problèmes de convergence sont rencontrés. En explorant la question soulevée par ce problème de convergence, on se rend compte qu'il s'agit là d'une problématique relative au schéma de convection utilisé (qui est une extension d'ordre supérieur au schéma du premier ordre proposé par Saabas [18]). Pour illustrer un aspect du problème rencontré, considérons la figure 5.2, qui illustre un élément tétraédrique typique rejoignant 4 noeuds. Trois surfaces de contrôle sont définies dans l'élément tétraédrique, à travers lesquelles on peut calculer les contributions des flux de masse et de quantité de mouvement

aux bilans de masse et de quantité de mouvement dans les volumes de contrôle résultant de l'assemblage des éléments discrétisant l'espace autour de chaque noeud et dont les surfaces de contrôle sont la périphérie. Selon la méthode utilisée, les flux de masse sont calculés à travers les trois surfaces de contrôle et sont indiqués par les symboles \dot{m}_i ($i=1,2,3$) dans la figure 5.2. Les flux de quantité de mouvement sont calculés comme le produit d'un flux de masse et d'une valeur moyenne de la variable dénommée ϕ_i^C ($i=1,2,3$), où ϕ représente une des trois composantes de la vitesse ; le rôle du schéma de convection est d'établir une relation du type $\phi_i^C = \zeta_{i,1}\phi_1 + \zeta_{i,2}\phi_2 + \zeta_{i,3}\phi_3 + \zeta_{i,4}\phi_4$ exprimant les influences relatives entre noeuds en ce qui concerne la convection. Par exemple, si $\dot{m}_1 > 0$, le schéma de convection du premier ordre établit simplement que $\phi_1^C = \phi_1$. Or, on a observé, lors de la simulation d'écoulements simples ayant une composante axiale et une composante transversale avec un maillage régulier, que des relations aussi "polaires" et radicales réalisées par le schéma de convection peuvent conduire à des contributions nulles de certains noeuds, même après assemblage de toutes les contributions de ce noeud en périphérie du domaine de solution lors de la construction des équations algébriques, provoquant des aberrations lors du solutionnement des systèmes d'équations algébriques. Typiquement, pour un maillage donné, ce problème survient quand un ratio entre vitesse transversale et axiale est dépassé, car en effet, si $\dot{m}_1 > \dot{m}_2 > 0$, alors le schéma de convection établit que $\phi_2^C = \phi_1^C = \phi_1$, isolant totalement l'influence du noeud 2. Si dans l'assemblage de toutes les contributions autour du noeud 2, aucune contribution n'est associée à ce noeud, le problème algébrique devient alors surdéterminé (plus d'équations que d'inconnues) et sa solution devient impossible. Pour remédier à ce problème, on propose soit d'identifier les noeuds problématiques et de décomposer l'écoulement par un autre choix d'éléments pour éviter des contributions nulles aux noeuds ou d'établir plutôt que $\phi_1^C = (1 - \epsilon)\phi_1 + \epsilon\phi_2$, où ϵ est une constante fixant l'influence minimale du noeud ϕ_2 dans le cas particulier où $\dot{m}_1 > 0$.

Ainsi que présenté au chapitre 3 et à l'annexe I, l'analyse de la surface actuatrice en rotation est réalisée dans le référentiel en rotation dans lequel la surface est immobile, si bien que l'écoulement incident à l'éolienne a une composante axiale et une composante tangentielle

de rotation solide. Or, pour solutionner l'écoulement, on a dû recourir à une décomposition de l'écoulement en un terme de rotation et un autre correspondant à la vitesse de l'écoulement telle que mesurée dans un référentiel fixe :

$$\vec{V} = \vec{V}_{nr} - \Omega r \vec{e}_\theta \quad (5.5)$$

où \vec{V}_{nr} correspond au vecteur vitesse de l'écoulement tel que mesuré dans un référentiel fixe, alors que $-\Omega r \vec{e}_\theta$ correspond à la vitesse d'entraînement du référentiel tournant. Plutôt que de solutionner directement l'écoulement pour la vitesse \vec{V} , on cherche maintenant à construire des équations algébriques dont les inconnues sont les variables \vec{V}_{nr} . Pour cela, on manipule les équations de Navier Stokes, présentées ci-bas dans leur formulation intégrale pour un volume de contrôle V défini par une surface S :

$$\iint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S p \vec{n} dS + \iiint_V \rho \left(\Omega^2 r \vec{e}_r - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} \right) dV \quad (5.6)$$

où \vec{n} est un vecteur unitaire normal à la surface S . Les deux derniers termes représentent les forces inertielles centrifuge et de Coriolis dues au référentiel tournant. Suivant l'équation 5.5, le terme de convection est divisé en trois termes :

$$\iint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S \rho \vec{V}_{nr} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS - \iint_S \rho \Omega r \vec{e}_\theta (\vec{V}_{nr} \cdot \vec{n}) dS + \iint_S \rho \Omega^2 r^2 \vec{e}_\theta (\vec{e}_\theta \cdot \vec{n}) dS \quad (5.7)$$

Des trois termes du membre de droite de l'équation, c'est le premier terme qui permet de construire les équations algébriques liant entre elles les composantes des vitesses \vec{V}_{nr} à chaque noeud. Les deux derniers termes sont évalués comme des termes sources, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas utilisés pour contruire les coefficients d'influence des inconnues aux noeuds dans les équations algébriques discrétisant les bilans de quantité de mouvement, le troisième terme étant recombéné avec les forces d'inertie pour faire apparaître une force de Coriolis réduite (voyez l'annexe I pour plus de précisions). Le terme $\iint_S \rho \vec{V}_{nr} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS$ est donc évalué à chaque surface de contrôle délimitant le volume de contrôle d'un noeud

en utilisant le schéma de convection pour construire des relations de la forme $\phi_{nr,i}^C = \zeta_{i,1}\phi_{nr,1} + \zeta_{i,2}\phi_{nr,2} + \zeta_{i,3}\phi_{nr,3} + \zeta_{i,4}\phi_{nr,4}$, les coefficients $\zeta_{i,j}$ étant évalués sur la base des flux de masse $\dot{m}_i = \iint_{SC_i} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dS$, où SC_i correspond à une des trois surfaces de contrôle. Même si on a procédé à une décomposition de l'écoulement en une composante de rotation et une composante non rotative, on comprend donc que l'influence de la rotation est toujours présente puisque le calcul des flux de masse \dot{m}_i intègre la composante de rotation. Il est d'ailleurs souhaitable que la modélisation des influences relatives entre noeuds intègre la composante de rotation, puisque dans le référentiel en rotation, les trajectoires empruntées par les particules fluides sont hélicoïdales. Dépendamment de la forme de l'élément et des rapports entre ses dimensions axiales, radiales et azimutales, il est possible que les flux de masse dus à la composante de rotation dépassent largement les flux de masse dus à la composante non rotative. Un problème similaire à celui déjà évoqué survient alors dans l'élaboration des équations, en isolant certains noeuds les uns des autres, ce qui empêche en quelque sorte l'information sur l'écoulement de se propager entre noeuds (et ce, malgré la modification élémentaire que l'on proposait précédemment en introduisant le terme ϵ). Pour empêcher l'apparition de ce problème, il faut s'assurer que les facteurs de forme des éléments discrétisant le problème respectent certains ratios limites, de manière à ce que les flux de masse dus à la composante de rotation n'excèdent pas les flux de masse de la composante axiale à travers les surfaces de contrôle. En pratique, pour un maillage tel que celui déjà décrit, utilisant des plans $X = X_i$ sur lesquels sont répartis des noeuds, cela revient à fixer une valeur maximale pour l'écart consécutif entre deux plans $\Delta X_{\max} = X_i - X_{i-1}$. Cet écart est fonction de la répartition relative des noeuds dans chaque plan. Tant que l'écart reste en dessous de sa valeur, on a vérifié que la solution converge, tandis que des problèmes surviennent si on ne garantit pas cet espacement minimal à partir d'une certaine valeur de vitesse de rotation, peu importe les efforts réalisés pour relaxer le problème numériquement.

5.3 Résultats remarquables

Le modèle de la surface actuatrice a été employé pour étudier l'aérodynamique des éoliennes expérimentales du NREL Phase VI et de TUDelft. Les résultats présentés sont des résultats de performance (puissance et traînée) ou relatifs à l'aérodynamique du rotor (facteurs d'induction). Les résultats de performance obtenus par le modèle de la surface actuatrice se comparent très bien avec les mesures expérimentales, ainsi qu'avec les autres modèles d'analyse de l'aérodynamique du rotor d'une éolienne. En ce qui a trait à l'aérodynamique du rotor, les résultats produits par le modèle de la surface actuatrice sont moins en accord avec les prévisions des autres modèles quand les vitesses spécifiques λ sont inférieures à 4. On attribue en partie ce comportement à la géométrie employée pour définir la surface actuatrice et modéliser l'influence des pales de l'éolienne. Dans les résultats produits, les surfaces actuatrices employées sont des surfaces rectangulaires, épousant la surface projetée de la pale, placées perpendiculairement par rapport à l'écoulement incident U_∞ . Or, il semble que ce choix de géométrie provoque une forte induction dans l'écoulement à l'extrémité de la surface actuatrice, ce que l'on attribue aux discontinuités de vitesse radiales (ou de façon équivalente, à la composante de vorticité orientée azimuthalement) se produisant sur la partie radiale interne de la surface actuatrice. Ces effets sont illustrés par la figure 5.3 qui présente deux orientations possibles des surfaces actuatrices : perpendiculairement ou parallèlement à l'écoulement. Dans le cas où les surfaces actuatrices sont perpendiculaires à l'écoulement, on peut attribuer aux tourbillons orientés dans la direction transversale de la surface actuatrice (correspondant aux discontinuités de vitesse dans la direction longitudinale de la pale) l'accélération induite dans l'écoulement au centre du rotor et vers la racine des pales.

Une autre limitation en rapport avec la géométrie de la surface actuatrice concerne l'évaluation des facteurs d'induction dans la direction azimuthale. Précisément dans le plan du rotor, l'évaluation des vitesses azimuthales pose problème en raison des variations rapides de cette composante à travers la surface actuatrice. Par contre, comme on le montre dans

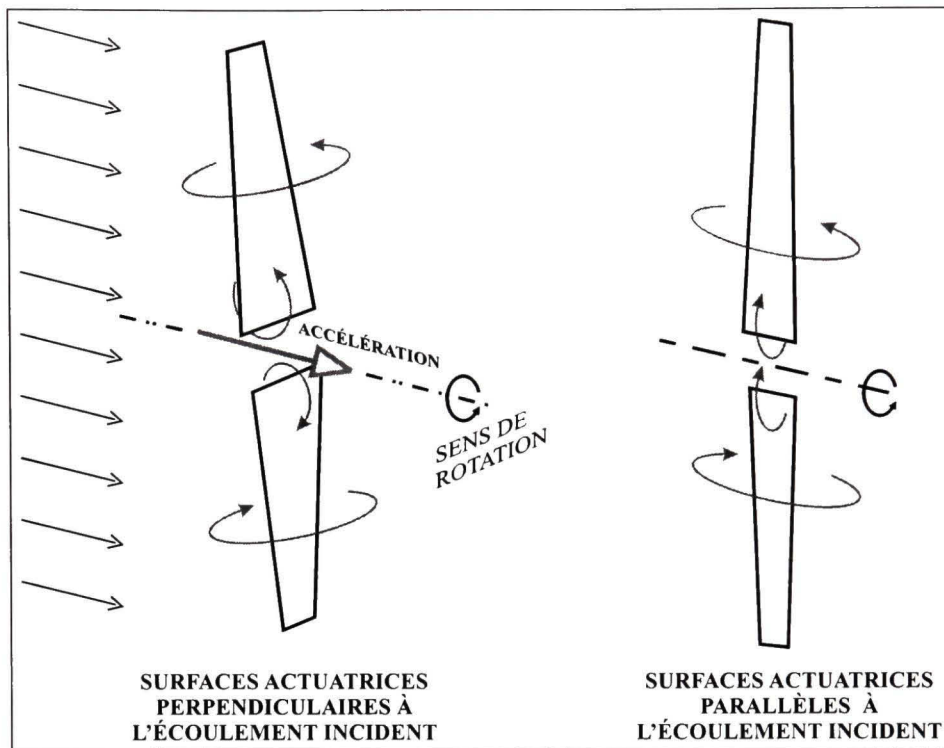


Figure 5.3 *Orientations possibles des surfaces actuatrices.*

l'annexe III, les vitesses prédites dans le sillage se comparent bien avec des mesures expérimentales, ce qui indique que le modèle est capable de prévoir la composante azimutale de l'écoulement dans le sillage.

Sur les quatre modèles employés pour analyser l'aérodynamique des deux rotors du NREL et de TUDelft, seule la méthode intégrale de quantité de mouvement prend en compte les forces de traînée pour prédire l'écoulement dans le plan du rotor. Les 3 autres méthodes n'ont besoin que des caractéristiques de portance, qu'elles relient à la circulation autour des sections de pale, via la loi de Kutta-Joukowski. Ainsi qu'on l'a déjà présenté au chapitre 4, cette différence est observable sur les prévisions de facteur d'induction pour $\lambda < 4$. Or, on voit justement que dans le cas de la NREL, pour $\lambda = 2$, les prévisions de la méthode intégrale de quantité de mouvement se détachent des prévisions des autres modèles.

On retient du modèle de surface actuatrice qu'il offre la possibilité intéressante (tout comme le modèle tourbillonnaire) d'évaluer le facteur de bout de pale défini comme le rapport entre facteur d'induction mesuré à la pale et facteur d'induction moyen azimuthalement $F = \frac{a}{a_B}$, ce dont les méthodes basées sur le concept du disque actuateur sont incapables intrinsèquement. Cette définition du facteur de bout de pale est celle définie par Burton [2] et al. et revue par Shen et al. [38]. Le facteur d'induction moyen est celui mis en oeuvre par les méthodes intégrales de quantité de mouvement pour formuler les équations de quantité de mouvement qui, ainsi qu'on l'a présenté en introduction, doivent être modifiées pour prendre en compte les effets particuliers des bouts de pale. Ces modifications ad hoc du modèle ont été réalisées dans la méthode intégrale de quantité de mouvement en utilisant la version la plus classique, celle du facteur de Prandtl, dont l'expression est donnée ci-dessous :

$$F(r) = \frac{2}{\pi} \cos^{-1} \left[\exp \left(-g \frac{B(R-r)}{2r \sin \Psi} \right) \right] \quad (5.8)$$

où Ψ est l'angle formé par l'écoulement et la direction azimuthale lors d'une analyse par élément de pale. On constate de cette expression qu'elle ne prend en compte que l'extrémité supérieure de la pale et non celle proche du moyeu. Cette expression a été dérivée par Prandtl à partir de l'étude théorique et analytique de l'écoulement qui survient entre des disques infiniment minces et non poreux, parallèles et séparés par une distance égale au pas de la structure hélicoïdale du système tourbillonnaire de sillage, tel que mesuré au bout de la pale. La comparaison que l'on réalise avec le facteur de Prandtl nous permet d'apprécier la justesse de cette dérivation largement utilisée dans les méthodes basées sur le principe du disque actuateur.

Enfin, des comparaisons sur les champs de vitesse 3D ont mis en évidence la grande similarité entre le modèle de surface actuatrice et la méthode tourbillonnaire, toutes deux employées à solutionner des problèmes décrits par des données identiques. Bien que les valeurs numériques des vitesses ne coïncident pas précisément d'une méthode à l'autre, il est remarquable que les champs prévus exhibent de nombreuses similitudes qualitatives,

notamment quand on compare des isocontours de vitesse ou de vorticité. En ce sens, les structures physiques prévues sont identiques ; on a ainsi une confirmation que le modèle de la surface actuatrice reproduit bien les structures non visqueuses d'un rotor d'éolienne. La surface actuatrice répartit l'action de la pale sur une surface plutôt que le long de lignes, comme c'est le cas pour les méthodes tourbillonnaires basées sur le concept de ligne portante. Cette différence est significative et explique en partie les écarts entre les prévisions des deux modèles.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Les objectifs visés par le présent travail ont été atteints. La méthode CFD proposée est une méthode de niveau intermédiaire qui reproduit bien les caractéristiques de l'écoulement non visqueux se produisant autour des pales en rotation d'une éolienne. Le principe d'action d'un profil portant est modélisé par le concept de surface actuatrice qui, du point de vue cinétique, correspond à une surface poreuse infiniment mince, porteuse de discontinuités en vitesse, tandis que du point de vue tourbillonnaire, correspond à une nappe tourbillonnaire poreuse. Dans les deux cas, un système de forces est forcément associé à la surface actuatrice et son expression est celle d'une relation de Kutta-Joukowski ; dans la direction normale à la surface actuatrice, il est à noter que ce système de forces résulte en une discontinuité de pression. Dans ce chapitre, on passe en revue les contributions de cette thèse et les points soutenus par la thèse.

Contributions de la thèse

- Le développement d'un modèle mathématique original du concept de surface actuatrice, prenant naissance dans l'étude du disque actuateur et de l'aile d'envergure finie. De nature pourtant simple, la surface actuatrice telle que décrite dans cette thèse est un objet rarement employé en mécanique des fluides, hormis sous la forme du disque actuateur. Elle est donc un objet théorique dont cette thèse décrit plusieurs des visages et prouve l'utilité pratique ;
- L'implémentation du concept de surface actuatrice dans deux méthodes CFD 2D et 3D aux volumes finis (CVFEM). Cette partie du travail a été simplifiée par les principes sous-jacents aux méthodes maison disponibles. Dans la thèse, on s'est efforcé de pré-

senter les jalons importants de l'intégration d'une surface actuatrice dans la méthode CFD de résolution de l'écoulement ;

- Dans le registre des méthodes numériques, on compte aussi (i) le remplacement du schéma de convection du premier ordre de la méthode 3D pour un schéma dérivé d'ordre supérieur tel que suggéré par Tran [77], (ii) la prise en compte de conditions apériodiques aux frontières du domaine de solution et (iii) la mise au point d'une stratégie d'analyse des écoulements tournants applicable aux méthodes CFD basées sur une représentation cartésienne de l'espace ;
- L'application des méthodes CFD utilisant le concept de surface actuatrice à plusieurs problèmes : (i) en 2D : le segment uniformément chargé (équivalent de l'aile infinie) ainsi que le disque actuateur uniformément chargé ou chargé par une analyse d'élément de pale et (ii) en 3D : l'aile effilée en translation ou en rotation, dont le chargement est déterminé par une analyse d'élément de pale. Les résultats produits par les méthodes CFD proposées ont été comparés avec des valeurs théoriques, expérimentales, ou avec les résultats d'autres modèles reconnus. Pour tous les problèmes, la précision et la qualité des résultats sont très encourageantes, ce qui constitue une preuve pratique de la validité du concept de surface actuatrice. L'étude de la surface actuatrice appliquée à l'aile en translation nous a montré que le modèle est intrinsèquement capable de modéliser la traînée induite et l'induction aérodynamique du sillage. Au moins 1000 points doivent être utilisés lors de la discrétisation de la surface actuatrice pour reproduire les résultats classiques de l'aile effilée. Plusieurs types d'éoliennes ont été modélisés, de dimensions allant de celles des petites éoliennes expérimentales aux grandes dimensions des éoliennes modernes, ce qui démontre l'éventail des possibilités offertes par les méthodes numériques proposées.

Les points soutenus

- Tous les modèles mis au point pour résoudre le problème de l'aérodynamique d'une éolienne utilisent, à l'exception des méthodes CFD modélisant la pale par sa géométrie exacte (ainsi que les méthodes de panneaux reproduisant la géométrie de la pale), l'analyse par élément de pale. À travers les comparaisons croisées entre 4 modèles, on a pu constater, quand ces modèles sont appliqués aux mêmes problèmes avec les mêmes conditions d'entrée, que leurs prévisions se comparent bien, tant au niveau de l'aérodynamique qu'au niveau des performances globales des éoliennes étudiées. Ils analysent donc tous bien le même problème et on retient que les modèles tourbillonnaires et de surface actuatrice en rotation ont la capacité intrinsèque de prendre en compte les effets de bouts de pale. Les incertitudes d'un modèle de ce type sont donc moins importantes en termes d'imprécision du modèle qu'en termes d'imprécision sur les données fournies au modèle. Au chapitre 4, on a calculé l'incertitude liée aux données aérodynamiques (C_L et C_D en fonction de l'angle d'attaque) en se basant sur deux jeux possibles de données aérodynamiques. Or, on a constaté une variation importante des prévisions en termes de performance et d'aérodynamique du rotor, qui est d'ailleurs confirmée par les 4 modèles. Réduire les sources d'incertitude liées aux données aérodynamiques est un domaine de recherche actuellement actif, qui demande à la fois une analyse poussée de données en soufflerie et un effort conceptuel et analytique afin de mettre au point un modèle capable de restituer les effets 3D qui se produisent le long de la pale et qui ne peuvent être pris en compte par les données 2D de soufflerie ;
- L'étude de la surface actuatrice, sous la forme du disque actuateur ou de surfaces en rotation, nous a montré que l'aérodynamique du rotor d'une éolienne est une aérodynamique essentiellement non visqueuse dans la zone où le décrochage n'est pas trop important sur la pale ; on l'a prouvé aux chapitres 4 et 5 pour des vitesses spécifiques supérieures à 4. L'implémentation de la surface actuatrice dans deux méthodes CFD est fonctionnelle et,

ainsi que postulé, le sillage tourbillonnaire est modélisé par la méthode CFD, respectant les équations de Navier-Stokes dans leur forme eulérienne ;

- L'utilisation d'une méthode CFD modélisant l'action du rotor par une distribution de forces à l'intérieur d'un volume peut devenir source de problèmes et d'erreurs, notamment quand la discrétisation du volume de distribution est grossière ou que les forces imparties au volume ne respectent pas la physique des écoulements non visqueux, telle que le lien entre la circulation et la portance. Par contre, on ne remet pas en doute qu'une méthode basée sur une distribution de forces puisse être une approche aussi valable que celle proposée par la thèse soutenue. Une surface actuatrice est en effet le prolongement à la limite d'une méthode basée sur une distribution de forces, quand l'épaisseur du volume représentant la surface portante tend vers zéro.

CHAPITRE 7

RECOMMANDATIONS

- Au-delà de l'étude de l'aérodynamique du rotor, comme il en a surtout été mention au cours du présent travail, le modèle de surface actuatrice est envisagé pour étudier le sillage turbulent d'une éolienne. Ainsi que le souligne El Kasmi [86] dans sa thèse, bien qu'il existe des modèles pour l'étude du sillage proche ou des modèles pour l'étude du sillage lointain, il n'existe pas un modèle unifié cohérent. Le problème complet posé par une éolienne réelle implique de considérer la turbulence de l'écoulement. Or, dans l'atmosphère, cette turbulence existe à plusieurs échelles, rendant sa prise en compte très complexe. Cependant, on peut imaginer, dans la lignée des travaux d'El Kasmi, d'ajouter au modèle mathématique de la surface actuatrice un modèle de fermeture de la turbulence, en prenant soin de modéliser aussi le rôle du rotor dans les échanges turbulents ;
- Toujours dans le cadre de l'analyse du sillage, mais aussi dans celui de l'aérodynamique du rotor, l'influence de la traînée visqueuse de profil et sa prise en compte par la surface actuatrice est un sujet de possibles recherches futures. En effet, dans les zones d'opération où la pale est largement décrochée, ces forces ne sont plus négligeables et on a vu qu'elles peuvent influencer les prévisions de modèles. Bien que des solutions rapides sont envisageables (ex. ajouter des forces de frottement à la surface des plans actuateurs), il faut en étudier l'influence soigneusement pour s'assurer que la physique alors prévue par le modèle se conforme bien à la physique du problème analysé ;
- Le choix d'une méthode 3D cartésienne et d'un maillage cylindrique structuré a compliqué l'analyse du problème. Il aurait été sans doute plus aisé d'utiliser une CFD formulée dans une représentation cylindrique de l'espace. Cependant, l'approche que l'on a développée pour analyser des problèmes tournants pourrait aussi être utilisée avec un maillage rectangulaire droit, de conception plus simple, même si le nombre de noeuds

- du maillage est plus important. L'intérêt d'un tel maillage est lié à la minimisation de la diffusion numérique et l'étude de problèmes plus variés : opération en lacet, simulation de plusieurs éoliennes, écoulement entrant variant dans le temps, éoliennes tripales, etc ;
- Afin de procéder à des calculs sur des maillages encore plus fins, il est recommandé de développer une version parallèle du code numérique 3D capable d'opérer sur plusieurs processeurs à la fois. Une fois cette barrière levée, on peut alors travailler sur des algorithmes de résolution plus rapides que l'algorithme séquentiel SIMPLE.

LISTE DE RÉFÉRENCES

- [1] Gipe, P. (2005), *Wind comes of age*. Wiley.
- [2] Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N., and Bossanyi, E. (2004), *Wind Energy Handbook*. Wiley.
- [3] Dabin, N., Leclerc, C., Masson, C., and Alinot, C. (2002), *Wind turbines operating in cold climates - reynolds number and turbulence effects on performances*. In *Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium*, Reno, NV, pp. 382–392.
- [4] Leclerc, C. (1998), *Simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent dans un parc éolien*. Master's thesis, École Polytechnique.
- [5] Simms, D., Schreck, S., Hand, M., and Fingersh, L. (2001), *NREL unsteady aerodynamics experiment in the NASA-Ames wind tunnel : A comparison of predictions to measurements*. Tech. Rep. NREL/TP-500-29494, National Renewable Energy Laboratories.
- [6] Leishman, J.G. (2002), *Challenges in modeling the unsteady aerodynamics of wind turbines*. In *Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium*, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (2002-0037).
- [7] Gormont, R.E. (1973), *An analytical model of unsteady aerodynamics and radial flow for application to helicopter rotors*. Tech. Rep. 72-67, U. S. Army Air Mobility Research and Development Laboratory.
- [8] Leishman, J. and Beddoes, T. (1989), *A semi-empirical model for dynamic stall*. *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 34, 3 :pp. 3–17.
- [9] Leishman, J. (1989), *Modeling sweep effects on dynamic stall*. *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 34, 3 :pp. 18–29.
- [10] Du, Z. and Selig, M. (1998), *A 3-D stall-delay model for horizontal axis wind turbine performance prediction*. In *Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium*, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA 98-0021).
- [11] Breton, S., Coton, F., and Moe, G. (2008), *A study on rotational effects and different stall delay models using a prescribed wake vortex scheme and NREL Phase VI experiment data*. *Wind Energy*, vol. 11, 5 :pp. 459–482.
- [12] Huyer, S.A., Simms, D., and Robinson, M.C. (1996), *Unsteady aerodynamics associated with a horizontal-axis wind turbine*. *AIAA Journal*, vol. 34, 7.

- [13] Abbott, I. and von Doenhoff, A. (1959), *Theory of Wing Sections : Including a Summary of Airfoil Data*. Dover Publications.
- [14] Panton, R. (2005), *Incompressible Flow*. Wiley.
- [15] Corten, G. (2002), *Aspect ratio correction for wind turbine blades, presentation at IEC 2002 private meeting*.
- [16] Patankar, S.V. (1980), *Numerical heat transfer and fluid flow*. Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences., New-York : McGraw-Hill.
- [17] Masson, C., Saabas, H., and Baliga, B. (1994), *Co-located equal order control volume finite element method for two-dimensional axisymmetric incompressible fluid flow*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 18 :pp. 1–26.
- [18] Saabas, H. (1991), *Control Volume Finite Element Method for Three-Dimensional, Incompressible, Viscous Fluid Flow*. Ph.D. thesis, Mc Gill University,.
- [19] Panofsky, H. and Dutton, J. (1984), *Atmospheric Turbulence. Models and Methods for Engineering Applications*. Wiley.
- [20] Leishman, J. (2000), *Principles of Helicopter Aerodynamics*. Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press.
- [21] Tahara, Y., Tohyama, S., and Katsui, T. (2006), *CFD-based multi-objective optimization method for ship design*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 52 :pp. 499–527.
- [22] Chaffin, M. (1995), *A guide to the use of the pressure disk rotor model as implemented in INS3D-UP*. Tech. Rep. NASA CR-4692, NASA.
- [23] Wagner, S. (1999), *Flow phenomena on rotary wing systems and their modeling*. ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 79 :pp. 795–815.
- [24] Boyd, D. (1999), *Rotor/Fuselage Unsteady Interactional Aerodynamics : A New Computational Model*. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [25] Hansen, A. and Butterfield, C. (2000), *Aerodynamics of horizontal-axis wind turbines*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 25 :pp. 115–149.
- [26] Sheldahl, R.E. and Klimas, P.C. (1981), *Aerodynamic characteristics of seven airfoil sections through 180 degrees angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*. Tech. Rep. SAND80-2114, Sandia National Laboratories.
- [27] Eggers, A. and Chaney, K. (2004), *Approximate modeling of deep stall effects on*

- yawed rotor loads*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (2004-0664), pp. 271–280.
- [28] Snel, H. and Schepers, J.G. (1994), *Joint investigation of dynamic inflow effects and implementation of an engineering method*. Tech. Rep. ECN-C-94-107, Netherlands Energy Research Foundation.
 - [29] Snel, H., Houwink, R., Bosschers, J., Piers, W., and Bruining, A. (1993), *Sectional predictions of 3D effects for stalled flows on rotating blades and comparisons with measurements*. In Proceedings of the EWEC conference, pp. 395–399.
 - [30] Hansen, M. (2000), *Aerodynamics of Wind Turbines*. London : James and James.
 - [31] Walker, N. (1976), *Performance and Optimum Design Analysis/Computation for Propeller Type Wind Turbines*. Ph.D. thesis, Oregon State University.
 - [32] Laino, D. and Hansen, A. (2004), *Current efforts toward improved aerodynamic modeling using the aerodyn subroutines*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (2004-0826), pp. 329–338.
 - [33] Breslin, J. and Andersen, P. (1994), *Hydrodynamics of Ship Propellers*. Ocean Technology Series 3, Cambridge University Press.
 - [34] Prandtl, L. (1919), *Annex of Betz's article entitled : Schraubenpropeller mit geringstem energieverlust*. Kgl. Ges. d. Wiss. Nachrichten Math.-phys. Klasse.
 - [35] Hibbs, B. and Radkey, R. (1983), *Calculating rotor performance with the revised 'PROP' computer code*. Tech. rep., Aerovironment, Inc., 145 Vista Avenue Pasadena, CA 91107.
 - [36] Goldstein, S. (1929), *On the vortex theory of screw propellers*. Proceedings of the Royal Society, vol. A123, 440.
 - [37] Shen, W., Sørensen, J., and Mikkelsen, R. (2005), *Tip loss correction for actuator/Navier-Stokes computations*. Journal of Solar Energy Engineering, vol. 127 :pp. 209–213.
 - [38] Shen, W., Mikkelsen, R., and Sørensen, J. (2005), *Tip loss correction for wind turbine computations*. Wind Energy, vol. 8 :pp. 457–475.
 - [39] Van Kuik, G. (2003), *The edge singularity of an actuator disc with a constant normal load*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada :

American Institute of Aeronautics and Astronautics (2003-0356).

- [40] Van Kuik, G. (2008), *Requirements for an actuator disk force field to generate vorticity in inviscid flow, with an exact solution of Wu's equation*. submitted to the Journal of Fluid Mechanics.
- [41] Rajagopalan, R. and Fanucci, J. (1985), *Finite difference model of vertical axis wind turbines*. J. Propulsion and Power, vol. 1, 6 :pp. 432–436.
- [42] Madsen, H. (1992), *The Actuator Cylinder a Flow Model for Vertical Axis Wind Turbines*. Ph.D. thesis, Aalborg University Centre, DK.
- [43] Chaffin, M.S. and Berry, J.D. (1995), *Navier-Stokes simulation of a rotor using a distributed pressure disk method*. In Proceedings of the 51st Annual forum of the American Helicopter, Fort Worth, TX, pp. 112–136.
- [44] Sørensen, J. and Myken, A. (1992), *Unsteady actuator disk model for horizontal axis wind turbines*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 39 :pp. 139–149.
- [45] Ammara, I., Leclerc, C., and Masson, C. (2002), *A viscous three-dimensional differential/actuator-disk method for the analysis of wind farms*. Journal of Solar Energy Engineering, vol. 124 :pp. 1–12.
- [46] Masson, C., Ammara, I., and Paraschivoiu, I. (1997), *An aerodynamic method for the analysis of isolated horizontal-axis wind turbines*. Int. J. Rotating Mach., vol. 3 :pp. 21–32.
- [47] Madsen, H. (1996), *A CFD analysis of the actuator disk flow compared with momentum theory results*. In Proceedings of the 10th IEA Symposium on the Aerodynamics of Wind Turbines, Edinburgh, pp. 109–124.
- [48] Mikkelsen, R. (2003), *Actuator Disc Methods Applied to Wind Turbines*. Ph.D. thesis, Technical University of Denmark.
- [49] Dumitrescu, H. and Cardos, V. (1998), *Response of wind turbine blades to sharp pitch increase*. In Proceedings of the 7th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, pp. 1769–76.
- [50] Ammara, I. (1998), *Modélisation aérodynamique tridimensionnelle d'un parc d'éoliennes à axe horizontal*. Master's thesis, École Polytechnique.
- [51] Alinot, C., Smaili, A., and Masson, C. (2000), *Effects of pressure interpolation schemes on the aerodynamic simulations of horizontal axis wind turbines*. In Pro-

ceedings of the 8th Annual Conference of the CFDSC, Montreal, pp. 49–54.

- [52] Masson, C., Smaili, A., Ammara, I., and Leclerc, C. (2000), *Aerodynamic investigations on tower shadow impacts for HAWTs*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (2000-0041).
- [53] Masson, C. and Leclerc, C. (1998), *Predictions of unsteady HAWT aerodynamics*. In Proceedings of WINDPOWER'98, Bakersfield, CA, pp. 385–394.
- [54] Masson, C., Smaili, A., and Leclerc, C. (2001), *Aerodynamic analysis of HAWTs operating in unsteady conditions*. Wind Energy, vol. 4 :pp. 1–22.
- [55] Conway, J. (1998), *Exact actuator disk solutions for non-uniform heavy loading and slipstream contraction*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 365 :pp. 235–267.
- [56] Korcurek, J. (1987), *Lifting surface performance analysis for horizontal-axis wind turbines*. Tech. Rep. SERI/STR-217-3163.
- [57] Coton, F. and Wang, T. (1999), *The prediction of horizontal wind turbine performance in yawed flow using an unsteady prescribed wake model*. Journal of Power and Energy, vol. 213 :pp. 33–43.
- [58] Coton, F., Wang, T., and Galbraith, R. (2002), *An examination of key aerodynamic modelling issues raised by the NREL blind comparison*. Wind Energy, vol. 5 :pp. 199–212.
- [59] Robison, D., Coton, F., Galbraith, R., and Vezza, M. (1995), *Application of a prescribed wake aerodynamic prediction scheme to horizontal axis wind turbine in axial flow*. Wind Engineering, vol. 19 :pp. 41–51.
- [60] Cousteix, J. (1989), *Couche limite laminaire et Turbulence et couche limite*. Éditions Cepadues.
- [61] Alfredsson, P., Dahlberg, J., and Bark, F. (1980), *Some properties of the wake behind horizontal axis wind turbines*. In Proceedings of the Third International Symposium on Wind Energy Systems, Technical University of Denmark, Lyngby.
- [62] Hogstrom, U., Asimakopoulos, D.N., Kambezidis, H., Helmis, C.G., and Smedman, A. (1988), *A field study of the wake behind a 2 MW wind turbine*. Atmospheric Environment, vol. 22, 4 :pp. 803–820.
- [63] Anathan, S., Leishman, J., and Ramasamy, M. (2002), *The role of filament stretching in the free-vortex modeling of rotor wakes*. In Proceedings of the 58th Annual Forum

and Technology Display of the American Helicopter Society International, Montreal.

- [64] Sant, T. (2007), *Improving BEM-based Aerodynamic Models in Wind Turbine Design Codes*. Ph.D. thesis, Technical University of Delft.
- [65] Haans, W., Sant, T., Van Kuik, G., and Van Bussel, G. (2008), *HAWT near-wake aerodynamics, part I : Axial flow conditions*. Wind Energy, vol. 10.
- [66] Duque, E., Johnson, W., vanDam, C., Cortes, R., and Yee, K. (2000), *Numerical predictions of wind turbine power and aerodynamic loads for the NREL Phase II Combined Experiment rotor*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA 2000-0038).
- [67] Duque, E., Burklund, M., and Johnson, W. (2003), *Navier-Stokes and comprehensive analysis performance predictions of the NREL Phase VI experiment*. Journal of Solar Energy Engineering, vol. 125 :pp. 457–467.
- [68] Sørensen, J. and Hansen, M. (1998), *Rotor performance predictions using a Navier-Stokes method*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics (98-0021).
- [69] Ekaterinaris and Sankar, L. (2000), *Computational studies of horizontal axis wind turbines*. Tech. Rep. Annual Status Report, National Renewable Energy Laboratory.
- [70] Gerber, B., Duque, E., Tangler, J., and Kocurek, D. (2004), *Peak and post-peak power predictions for constant speed rotor operation*. In Proceedings of The Science of Making Torque from Wind (1st conference), Delft Technical University, NL.
- [71] Chaviaropoulos, P. and Hansen, M. (2000), *Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3D Navier-Stokes solver*. Journal of Fluids Engineering, vol. 122 :pp. 330–336.
- [72] Sørensen, J. and Shen, W. (2002), *Numerical modeling of wind turbine wakes*. Journal of Fluids Engineering, vol. 124 :pp. 393–399.
- [73] Dobrev, I., Massouh, F., and Rapin, M. (2007), *Actuator surface hybrid model*. In Proceedings of The Science of Making Torque from Wind (2nd conference), Danish Technical University, DK : J. Phys. : Conf. Ser.
- [74] Schmitz, S. and Chattot, J.J. (2007), *Flow physics and Stokes' theorem in wind turbine aerodynamics*. Computers and Fluids, vol. 36 :pp. 1583–1587.
- [75] Leclerc, C. and Masson, C. (2005), *Wind turbine performance predictions using a differential actuator-lifting disk model*. ASME Journal of Solar Energy Engineering,

vol. 127, 2 :pp. 200–208.

- [76] Masson, C. and Leclerc, C. (2004), *Toward blade-tip vortex simulation with an actuator-lifting surface model*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada : American Institute of Aeronautics and Astronautics, pp. 300–308.
- [77] Tran, L.D., Masson, C., and Smaili, A. (2005), *A stable second-order mass-weighted upwind scheme for unstructured meshes*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 51 :pp. 749–771.
- [78] Snel, H., Schepers, J., and Montgomerie, B. (2007), *The MEXICO project (Model EXperiments In Controlled cOnditions) : The database and first results of data processing and interpretation*. In Proceedings of The Science of Making Torque from Wind (2nd conference), Danish Technical University, DK : J. Phys. : Conf. Ser.
- [79] Paraschivoiu, I. (1998), *Aérodynamique subsonique*. Montréal, Québec : Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.
- [80] Anderson, J. (2005), *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Science.
- [81] Tangler, J. (2002), *The nebulous art of using wind-tunnel airfoil data for predicting rotor performance*. Wind Energy, vol. 5 :pp. 245–257.
- [82] Hand, M., Simms, D., Fingersh, L., Jager, D., Cotrell, J., Schreck, S., and Larwood, S. (2001), *Unsteady aerodynamics experiment Phase VI : wind tunnel test configurations and available data campaigns*. Tech. Rep. TP-500-29955, National Renewable Energy Laboratory.
- [83] Batchelor, G. (2000), *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- [84] Wu, J.Z., Ma, H.Y., and Zhou, M.D. (2006), *Vorticity and Vortex Dynamics*. Springer.
- [85] Van Kuik, G. (1991), *On the limitations of Froude's actuator disk concept*. Ph.D. thesis, Technical University of Eindhoven.
- [86] El Kasmi, A. (2008), *Simulation de l'écoulement dans un parc d'éoliennes situées sur un terrain accidenté*. Ph.D. thesis, École de Technologie Supérieure.

ANNEXE I

MODELLING OF LIFTING DEVICES AERODYNAMICS USING THE ACTUATOR SURFACE CONCEPT

Cet article a été soumis pour publication au journal *International Journal for Numerical Methods in Fluids*.

I.1 Introduction

As widely illustrated in the CFD literature, for a variety of complex mechanical systems where the level of physical detail is either unrealizable or unnecessary, CFD simulations make use of distributed volume forces to represent the action of fans [1], propellers [2], helicopter [3–6] or wind turbine blades [7], or even bluff bodies [8]. The prescription of volumes and force distributions acting within them are important issues that can strongly influence the flow solution. With regards to fans or propellers, the actuator disk concept introduced by Froude should also be included in this group of simplified models ; however, the action of the modeled device is spread over a surface rather than a volume. Volume forces become surface forces, and discontinuities occur at the actuator disk surface in flow properties like pressure and velocity (see for ex. [9]). Inspired by the actuator disk concept, this article proposes the use of a new type of singular surface, called an actuator surface (AS), to represent the action of any lifting surface within a differential Navier-Stokes, control-volume finite-element based method. An AS is simply a geometric surface carrying velocity and pressure discontinuities, as well as surface forces, which are all determined from the circulation along the lifting sections of the AS. Equivalently, an AS is a porous vortex sheet that represents the bound vorticity system of a lifting device. The flow induced by the AS is solved using a CFD method that has been adapted to account for the kinematic and dynamic influence of the AS. As for volume-force approaches, the trailing system of vorticity is naturally modelled by the CFD method. To situate the AS approach, Fig. I.1 presents a possible classification of models for lifting device aerodynamics by sketching different approaches to model e.g. a lifting wing. On the left part of the figure, vortex models regroup lifting-line, vortex-lattice and panels models. These models are based on distributions of vorticity singularities whose magnitude are set either based on kinematic conditions (surface tangency) or from blade-element analysis (in the case of the lifting-line approach). On the right part of the figure, approaches are regrouped under the "finite element models" banner to point out that their underlying principles consist in solving the differential equations describing the flow (the Navier- Stokes equations) using a CFD methodology. The "Navier-Stokes" approach consists in the use of a CFD approach to model the flow around the wing where the wing is modelled by its true geometry and a no-slip condition at its surface. On another level, volume-force and AS approaches model the wing either by a volume or an AS that do not exactly spouses the true wing geometry. A system of forces is prescribed to represent the action of the wing on the flow, whose magnitude is evaluated using local blade-element analysis. As will be shown, the AS represents a potentially interesting concept to add to CFD methodologies with relative advantages over volume force approaches. Indeed, the action of the modeled device is spread over a

surface rather than a volume, preventing arbitrary choices of volume thickness and force distributions with subsequent dependency in the flow solution or computational instabilities. Furthermore, the AS is perfectly compatible with the vorticity principles of creation and evolution of vortices, and the Kutta-Joukowski theorem for lift production, whereas volume force approaches fail to always comply with such principles and as a consequence, may not reproduce the genuine characteristics of the flow.

This paper is divided into three parts: 1) description of the mathematical model for the AS, 2) description of the numerical method and of its necessary adaptations to include the AS model and 3) presentation of results obtained using this new concept. The results focus on the validation of the AS concept with 2D and 3D situations having analytical solutions. As a final demonstration, the case of wind turbine aerodynamics is studied by using rotating actuator surfaces. Comparisons with either analytical or experimental results and with results from volume force approaches are made to gain insight into the capabilities of the AS concept.

I.2 Mathematical aspects of actuator surfaces

Theory presented in the next sections are taken from classical concepts of incompressible fluid mechanics. The original idea presented concerns the introduction of the AS, defined as a porous surface of velocity and pressure discontinuities in the flow, to represent the action of a lifting device. Two conditions are imposed in the AS definition to guarantee vorticity flux conservation and absence of energy exchange in the process of lift creation for inviscid flows. These two conditions are sufficient to fix the kinematic and dynamic influence of the AS on the flow.

I.2.1 Actuator surfaces: implications

Fig. I.2 shows a simple model of a rectangular AS, fixed and immersed in an oncoming uniform flow, that can be used for the analysis of finite-wing aerodynamics. Streamlines and contour plots of pressure jumps across the AS are drawn to illustrate qualitatively the typical action of an AS on the flow. A cartesian (X, Y, Z) axis is defined so that the X axis points in the flow direction and the AS is a flat surface perpendicular to the Z direction, lying in a plane of equation $z = Z_P$. By convention, the discontinuities occur in the Z direction, which means that the discontinuity of a variable ϕ (ϕ is alternatively u, v, w or p , the flow velocity components and pressure) is measured as:

$$\Delta\phi = \phi_{Z_P+} - \phi_{Z_P-} \quad (\text{I.1})$$

where implicitly, the jump $\Delta\phi$ is function of the location X, Y on the AS and where ϕ_{Z_P+} et ϕ_{Z_P-} are the limit values of the flow characteristics on both sides of the AS:

$$\phi_{Z_P+} = \lim_{z \rightarrow z_P+, z > z_P} \phi \quad \phi_{Z_P-} = \lim_{z \rightarrow z_P-, z < z_P} \phi \quad (\text{I.2})$$

As a first condition, we require that the AS respects the condition of zero net flux of vorticity for any control volume that intersects the AS surface. For the AS of Fig. I.2, this is reflected by the following constraint on the flow velocity discontinuities Δu and Δv :

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial x} - \frac{\partial \Delta u}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.3})$$

This constraint ensures that the circulation of the velocity jump along any closed contour C drawn on the AS is null, since from Green's theorem

$$\int_C \Delta u \delta x + \Delta v \delta y = \int_D \left(\frac{\partial \Delta v}{\partial x} - \frac{\partial \Delta u}{\partial y} \right) \delta A = 0$$

where D is the region bounded by C . Equivalently, it is interesting to note that Eq. (I.3) guarantees the continuity of the vertical component of the vorticity through the AS. This constraint finds its equivalent in vortex models, when analyzing the bound and trailing systems of vorticity and where the trailing vorticity is linked to the spanwise variations of the bound vorticity using the principles of vorticity conservation. In vortex models in addition, vorticity must be modelled explicitly in the wake whereas here, the flow around the AS is solved using a finite volume CFD method which implicitly accounts for the wake dynamics.

From the point of view of dynamics, since the AS is porous, when a fluid particle crosses it, the particle momentum undergoes a sudden variation which must be explained by a set of impulsive forces attached to the AS. In the direction tangent to the AS, the expression of these forces (per unit surface area) are given by the product of the mass flux through the AS and the velocity discontinuities, in this case:

$$f_X = \rho w_{av} \Delta u \quad \text{and} \quad f_Y = \rho w_{av} \Delta v \quad (\text{I.4})$$

where the suffix $_{av}$ indicates that the value considered for the w component is an average of the component limit values on both sides of the AS (in the particular case of the vertical component, $\Delta w = 0$ for mass-conservation reasons and w is continuous through the AS). For the axial flow velocity component u , the expression of u_{av} is:

$$u_{av} = \frac{u_{Z_P-} + u_{Z_P+}}{2} = u_{Z_P-} + \frac{\Delta u}{2} = u_{Z_P+} - \frac{\Delta u}{2} \quad (\text{I.5})$$

As a second condition in the AS definition, we now require that the attached system of forces does not exert a mechanical work on the flow, i.e. $f_X u_{av} + f_Y v_{av} + f_Z w_{av} = 0$. This

ensures that the action of the AS is linked to generation of lift only, which by definition is perpendicular to the local velocity. From this constraint, we deduce the expression of f_Z as :

$$f_Z = -\rho(u_{av}\Delta u + v_{av}\Delta v) \quad (\text{I.6})$$

The normal component f_Z implies that there must exist a pressure jump at the AS to balance for this normal component, whose magnitude is exactly equal to f_Z , hence it is found that: $\Delta p = f_Z$. Eq. (I.6) is a Bernoulli type equation and ensures that total pressure is constant on both sides of the AS. It is indeed easy to verify that :

$$p_{Z_{P-}} + \frac{1}{2}\rho(u_{Z_{P-}}^2 + v_{Z_{P-}}^2 + w_{Z_{P-}}^2) = p_{Z_{P+}} + \Delta p + \frac{1}{2}\rho(u_{Z_{P+}}^2 + v_{Z_{P+}}^2 + w_{Z_{P+}}^2)$$

Generalizing the AS mathematical description to the case of moving AS or of different shapes than the flat surface is straightforward when considering the vorticity vector associated with the AS. Using vectorial notation, we call $\Delta\vec{V}$ the vector associated with the velocity discontinuity of the AS, and \vec{n}_{AS} the unit vector normal to the AS at the point where we examine the AS action on the flow. The AS is also a vortex sheet of intensity described by the vorticity vector $\vec{\gamma} = \vec{n}_{AS} \times \Delta\vec{V}$. The first condition that was set on the AS in Eq. (I.3) is now a condition on the divergence of the vorticity vector :

$$\nabla \cdot \vec{\gamma} = 0 \quad (\text{I.7})$$

Turning to the AS dynamic action on the flow, it is found that in the general case, the attached system of force, per unit area of the AS, is given by a relation of the Kutta-Joukowski type:

$$\vec{f} = -\rho\vec{V}_{av,rel} \times \vec{\gamma} \quad (\text{I.8})$$

where $\vec{V}_{av,rel}$ is the average flow velocity measured relative to the AS: $\vec{V}_{av,rel} = \vec{V}_{av} - \vec{V}_{AS}$ and \vec{V}_{AS} is the velocity of the actuator surface at the location where the force is evaluated which, in the general case, might not be null (moving or deforming AS). Eq. (I.8) expresses that in a reference frame where the AS appears fixed, total pressure is constant across the AS since the Navier Stokes equations, once recast under the form $\nabla H = \rho\vec{V}_{rel} \times \vec{\omega} + \vec{f}'$, and after integration across the AS, gives $\Delta H = \rho\vec{V}_{av,rel} \times \vec{\gamma} + \vec{f} = 0$ (where H is the total pressure, $\vec{\omega}$ is the flow vorticity and \vec{f}' corresponds to the density of the external force). It is worth mentioning that the form of Eqs. (I.7) and (I.8) guarantees that the modeled action of the AS on the flow is independent on the convention used to identify the two sides (lower and upper) of the AS and guarantees invariance of the formulation with respect to frame of reference or system of coordinates choices.

If the AS is analyzed in an inertial frame of reference where it is not moving ($\vec{V}_{AS} = 0$), then no power is transferred between the flow and the AS. In the general case of a moving AS, it is trivial to demonstrate from Eq. (I.8) that $\vec{f} \cdot \vec{V}_{av,rel} = 0$. Rewriting this last equation

by adding the term $\vec{f} \cdot \vec{V}_{AS}$ on each side, raises $\vec{f} \cdot (\vec{V}_{av} + \vec{V}_{AS}) = \vec{f} \cdot \vec{V}_{AS}$ where the vector sum $\vec{V} = \vec{V}_{av} + \vec{V}_{AS}$ corresponds in fact to the absolute average flow velocity at the AS. This yields:

$$\vec{f} \cdot \vec{V} = \vec{f} \cdot \vec{V}_{AS} \quad (\text{I.9})$$

This last identity means that the mechanical power transmitted by the AS to the flow (the left part of the equation) is equal to the power it takes to keep the AS in motion (the right part). The case of the finite wing is rich in learnings: the integration of all surface forces results in a total force exerted by the AS on the flow where the vertical component is the lift, and the horizontal is the induced drag. In inviscid flow, a fixed wing does not produce nor dissipate energy within the fluid, however, a moving one encounters an induced drag force which necessitates an external source of energy. This energy serves to continuously create, when advancing, the vortical wake: this is the price to pay to create vorticity in inviscid flows. When they occur, exchange of energy between the AS and the flow happen exclusively on the AS, since the wake is assumed to be a free vortex sheet and therefore can not exchange energy with the flow [10].

Although developed in agreement with basic fluid mechanics principles, the AS is a singular vortex sheet since it is allowed to be porous to the flow. From Helmholtz laws, we would expect a vortex sheet that represents a lifting surface to lie along flow streamlines, with induced velocity and pressure discontinuities given by $\Delta \vec{V} = \vec{\gamma} \times \vec{n}_{AS}$ and $\Delta P = -\rho \vec{V}_{av,rel} \cdot \Delta \vec{V}$ as found in textbooks [10, 11]. The condition on the vortex sheet that it must lie on the flow streamlines is in fact a sufficient condition to fix the vortex sheet intensity and deduce its action on the flow. Here however, the intent is not to deduce the AS intensity from consideration of flow tangency, but rather to impose a distribution of velocity discontinuity on the AS surface that represents a known distribution of circulation along the span of a lifting device. Fixing the distribution of circulation along the span is achieved using blade-element analysis, as presented in the next section

Although developed according to inviscid flow theory, the AS concept can be integrated into any Navier-Stokes solver able to model for viscosity (and eventually turbulence) effects in the flow under analysis. However, the AS as presented here is unable to model the action of viscosity that would occur in boundary layers, and therefore viscous drag of a body cannot be modeled. As with vortex flow models, the AS focuses on the modeling of vorticity in the flow, and therefore of wake induction effects on lifting device aerodynamics.

I.2.2 Blade-element analysis

Blade element analysis is used to determine the values of circulation along sections of a lifting wing (either in translation or rotation) to be modeled using the AS concept. Fig. I.3 presents a sketch of a wing section of chord length c where the incoming flow experienced

by the airfoil corresponds to the relative velocity \vec{V}_{av} as presented in the previous section. Once the local flowfield characteristics are known, as well as wing geometrical (twist and chord distributions) and operational (pitch angle, motion of the wing) characteristics, it is possible to calculate the local angle of attack α of the incoming flow. The lift per unit length L is then given by the equation:

$$L = \frac{1}{2} \rho \|\vec{V}_{av}\|^2 C_l c$$

where ρ is the density of the fluid and C_l is the lift coefficient of the airfoil defining the wing section, a function of the relative angle of attack α and the local Reynolds number. Letting Γ be the circulation of velocity around the airfoil, the Kutta-Joukowski theorem states:

$$L = \rho \|\vec{V}_{av}\| \Gamma$$

Combining the last two equations, Γ may be rewritten as:

$$\Gamma = \frac{1}{2} c \|\vec{V}_{av}\| C_l \quad (\text{I.10})$$

These equations deviate from the classical equations found in textbooks [12] since here the local velocity \vec{V}_{av} is used instead of the usual undisturbed (often uniform) inflow velocity U_∞ . The formal proof of the Kutta-Joukowski theorem is indeed often presented for 2D irrotational flows whereas here we are confronted with 3D inviscid flows that can be rotational. The derivation leading to Eq. (I.10), valid for 2D irrotational flows, is here assumed to apply in the case of the AS. In practice, the evaluation of \vec{V}_{av} can be made on the wing or at some location upstream; this issue is also a matter of concern in vortex methods [3].

I.2.3 Distribution of discontinuities on planar actuator surface

Once the circulation Γ around a section of a planar AS is known, the task consists of distributing this circulation along the section in the most appropriate way. The line integral of Δu along a cross-section must be equal to the circulation Γ around this section. For the singular surface of Fig. I.2, calling c the chord length of one section, this can be mathematically expressed as:

$$\int_0^c \Delta u \, dx = \Gamma \quad \text{along a line} \quad (z = z_P ; y = y_{line})$$

In a recent work, Dobrev et al. [13] have used distributions similar to those observed experimentally to specify pressure jumps across a surface (the AS they use is a surface carrying only pressure discontinuities). The constant distribution $\Delta u = \Gamma/c$ is the simplest but performs poorly since it sets rapid variations of the Δu field which are hard to manage nu-

merically without instabilities in the flow solution. Distributions respecting continuity of $\Delta u(x, y, z)$ are more appropriate. In this work, a simple parabolic distribution is assumed:

$$\Delta u_P = \frac{6\Gamma}{c^3} x_P (c - x_P) \quad (\text{I.11})$$

where x_P is the distance from a point P on the AS to the leading edge of the wing along the x-axis direction, as shown in Fig. I.4. The distribution of Δv is deduced from Eq. (I.3) and the boundary condition $\Delta v = 0$ at $x_P=0$:

$$\Delta v_P = \frac{6\Gamma}{c^4} \frac{\partial c}{\partial y} (x_P^3 - c x_P^2) + \frac{1}{c^3} \frac{\partial \Gamma}{\partial y} (3c x_P^2 - 2x_P^3) \quad (\text{I.12})$$

All 3D simulations presented in this paper are performed using the above distributions of Δu and Δv .

I.3 Numerical implementation of the actuator surface model

I.3.1 Presentation of the model

To solve the set of partial differential equations describing the flow (the Navier-Stokes equations in their incompressible, inviscid, steady-state form), the 2D and 3D Control-Volume Finite-Element Methods (CVFEM) of Masson et al. [14] and of Saabas & Baliga [15] are used with appropriate modifications. These methods are typical, in their formulation, of modern commercial CFD software like CFX Ansys and Fluent. In-house CVFEM codes are preferred here since the flexibility of commercial softwares is not sufficient to implement the proposed mathematical model. The 2D method is used to model problems like wings of infinite aspect ratio or actuator disks (the 2D method is able to model axisymmetric flows) whereas the 3D method is used for the analysis of rectangular actuator surfaces in translation or in rotation. For a better understanding of the AS implementation a brief review of the 2D CVFEM follows, using more or less the same notation as in Ref. [14]. Due to the extreme similarity between the 2D and 3D CVFEM algorithms and inner characteristics, the following is also applicable to the 3D CVFEM.

As displayed in Fig. I.5(a), in the 2D CVFEM, triangular elements are drawn between nodes (shown as bold crosses) to discretize a 2D domain that is the plane of a 2D Cartesian coordinate system (x, y) along which flow velocity components are (u, v) , respectively. Inside every triangular element, segments are drawn that connect the center of gravity (shown as bold circles) to the middle of the triangle sides. These segments are in fact Control Surfaces (CS) across which mass and momentum fluxes are evaluated. This is presented in

Fig. I.5(b) which shows how three CSs are defined inside one of the elements surrounding the central node of Fig. I.5(a), highlighted by a grey-coloured dashed triangular frame. Only two out of these three CSs (CS1 and CS3) are attached to the control volume (CV) surrounding the central node of Fig. I.5(a), highlighted as a shaded area. Every node has its own CV and, through application of mass and momentum conservation principles to each one, the ultimate goal of the numerical method is to develop discretized equations of the general type:

$$a_i^\phi \phi_i = \sum_{i,nb} a_{i,nb}^\phi \phi_{i,nb} + b_i^\phi \quad (\text{I.13})$$

where ϕ is used to represent either the components of velocity (u, v) or the pressure p : $\phi = u$ or v or p . a^ϕ and b^ϕ are discretization coefficients that establish the relative influence between the central node (numbered using the index i) and its neighbours (referred to as i,nb).

As regards pressure ($\phi = p$), discretized equations are built by applying mass conservation principles inside every CV. Mass fluxes occurring across the CSs of every finite triangular element are estimated from the integration of velocities across the CSs, but velocities are written as a combination of a pseudo-velocity and local pressure gradient. More precisely, the velocity components used to derive mass fluxes are cast under the form:

$$u^m = \hat{u} + d^u \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{\text{element}} \quad (\text{I.14})$$

$$v^m = \hat{v} + d^v \left(-\frac{\partial p}{\partial y} \right)_{\text{element}} \quad (\text{I.15})$$

where \hat{u} and \hat{v} are the components of the pseudo-velocity field, d^u and d^v are the pressure coefficients and the subscript _{element} is used to indicate that the pressure gradient is relative to the triangular element. For example, for the element shown in Fig. I.5(a), the contribution of mass fluxes to the global balance of the CV centered around node 1 is $\dot{m}_1 - \dot{m}_3$ where \dot{m}_1 and \dot{m}_3 are the mass fluxes across CS1 and CS3, respectively. Since the addition of all mass fluxes must be null for each CV in the solution domain, the algebraic decomposition of CS mass fluxes for every element, and then, their further assembly for each CV, yields a discretized set of equations relating pressures between nodes and their neighbours of the type described in Eq.(I.13). In the algebraic decomposition process, pseudo-velocities and pressure coefficients, which are stored at the domain nodes, are linearly interpolated at the center of all CSs of a triangular element and are assumed to prevail over the CS, while discretization of pressure gradients is made assuming that pressure varies linearly over the triangular element.

As regards momentum components (discussing only the case $\phi = u$), the balance made on each CV to express the x -component of Newton's law includes momentum fluxes through CSs, external and body force contributions, and eventually diffusive contributions to represent the action of viscosity (or turbulence in RANS modelling). The a_i^u and $a_{i,nb}^u$ terms of Eq. (I.13) arise from the algebraic decomposition of CS momentum and diffusive fluxes and their further assembly for the CV surrounding node i . Diffusive fluxes are accounted for by assuming a linear variation of the u component within one element whereas momentum fluxes require the introduction of a convection scheme. Across one CS, the momentum flux is indeed calculated as $\dot{m}_j \times u_{csj}$ where u_{csj} is the value of the convected variable across (and averaged over) CS j . The role of the convection scheme is to establish a relation of the type $u_{csj} = c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3$: in this work, the first-order and second-order Mass-Averaged-Weighted (MAW) schemes developed respectively by Saabas & Baliga [15] and Tran et al. [16] have been used. The b_i^u term of Eq. (I.13) comes from the contributions of pressure and the x -component of the external force acting on the CV. Pressure contributions are calculated again assuming a linear variation of pressure within every triangular element (and using Stokes' theorem inside the element).

The further split of the b_i^u term shows how pseudo-velocities and pressure coefficients are evaluated by the CVFEM. To illustrate this, Eq. (I.13) is recast under in the following form:

$$a_i^u u_i = \sum_{i,nb} a_{i,nb}^u u_{i,nb} + \tilde{b}_i^u + \mathcal{V}_{cv} \left(-\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{cv} \quad (\text{I.16})$$

where the \tilde{b}_i^u term is uniquely due to the contribution of external forces. Using Stokes' theorem, the pressure term distinctively appears as the product between the volume of the CV, \mathcal{V}_{cv} , and a pressure gradient averaged over the CV. Contrary to Eqs. (I.14) and (I.15), the pressure gradient is averaged over the CV rather than over the element: this particularity provides a mechanism to avoid spurious oscillations in the CVFEM. When both sides of the last equation are divided to form an expression like Eq. (I.14), it appears that:

$$\hat{u}_i = \frac{\sum_{i,nb} a_{i,nb}^u u_{i,nb} + \tilde{b}_i^u}{a_i^u} \quad \text{and} \quad d_i^u = \frac{\mathcal{V}_{cv}}{a_i^u} \quad (\text{I.17})$$

The solution algorithm prescribes the operations to be performed sequentially before the full set of discretized equations is ready to be solved algebraically. As in the original CVFEMs, the SIMPLE solution algorithm is employed and tridiagonal matrix-type algorithms are used to solve the discretized equations since structured meshes have been exclusively used in this work.

Boundary conditions are either of the Dirichlet (fixed values) or Neumann (see Ref. [17] for a deeper explanation of outflow treatment) or periodic / anti-periodic type (in the case of the two-bladed wind turbine in uniform flow studied in Section I.4.2.2). As regards

the pressure equation, the algebraic system of discretized equations is indeterminate since two pressure fields differing by a constant are both valid flow solutions. To solve for this indetermination, the pressure can be prescribed at one node of the mesh. However, to ensure that the iterative process converges towards a stable pressure field, pressure values at the exit nodes can also be all set equal to a constant (providing the exit is far enough so that this approximation becomes true). In the case of rotating actuator surfaces, the simulations are performed in a rotating, non-inertial, frame of reference to solve for the steady flow where the oncoming flow is helicoidal (since it is the sum of a uniform axial inflow and a rotating one). Other adaptations have been necessary to handle the rotational component of velocity and are presented in Section I.4.2.2.

I.3.2 Implementation of the actuator surface

Properly handling the occurrence of velocity and pressure discontinuities and the associated system of external forces of an actuator surface in any CFD method requires substantial adaptations to the underlying method. In the case of finite volume methods, the following principles should be regarded as guidelines when building mass and momentum balances for control volumes that are linked to an actuator surface:

- The component of mass fluxes tangent to the AS must account for the discontinuities in velocity;
- The momentum balance must account for the contribution of the system of forces associated to the actuator surface (presented in Eq. (I.8));
- The pressure contribution to momentum balance or to mass flux (when pressure gradients influence mass flux) must also account for the pressure jump. It is important to note that the contribution of the pressure jump, at the intersection between the actuator surface and the control volume, acts to cancel the contribution of the force component normal to the actuator surface.

In the case of the colocated 2D CVFEM employed in this work (it is noteworthy that the following reasoning is readily applicable to the 3D CVFEM), it is more convenient to discretize an AS by placing nodes directly on its surface, as illustrated by Fig. I.6(a) which shows an AS and the CV for one of the nodes located on the AS (the AS is depicted using a thick bold line). The CVs of the nodes that define the AS are not the only CVs of the solution domain where specific adaptations are required: all other CVs whose nodes are connected to at least one node of the AS need to be treated adequately. To perform these adaptations, it is essential to first orient the AS, i.e. to define on which side the discontinuities in velocities and pressure are to be applied, as already presented in Section I.2.1. Triangular elements that form part of CVs near the AS can then be classified depending

on which side of the AS they rest: when an element is on the side where discontinuities must be applied, and has some connection to the AS nodes, it will be referred to as being part of the Set of Elements on the Other Side (SEOS). At the AS nodes, the values of the variables stored do not account for discontinuities: in a sense, AS nodes are not part of the SEOS even though they are infinitely close to it. But for triangular elements that are part of the SEOS, the values of the variables to consider when dealing with AS nodes must take into account the corresponding discontinuities appropriately. This is the underlying idea regarding the necessary adaptations summarized below:

- ➡ During evaluation or algebraic decomposition (when building the pressure or momentum equations) of mass or momentum fluxes, for all triangular elements that are part of the SEOS, if one or two of the three nodes defining the element is a node located on the AS:
 - Augment the values of u , v , \hat{u} and \hat{v} of the AS node(s) involved by Δu , Δv , Δu and Δv respectively when evaluating or algebraically decomposing mass or momentum fluxes. Since the discontinuities are tangent to the AS, setting the discontinuities of pseudovelocities equal to those of the velocities is correct from the point of view of mass conservation;
 - Augment the values of pressure at the AS node(s) involved by Δp when evaluating or algebraically decomposing the pressure gradients of Eq. (I.16) or of Eqs. (I.14) and (I.15);
 - Calculate the AS-attached external force contributions to CVs of AS nodes. Note that the component of the force normal to the AS cancels with the pressure discontinuity. Hence, when calculating the pressure contribution to a CV momentum balance, the specific contribution due to the pressure jump cancels with the normal force contribution. The remaining pressure contributions are therefore calculated from the assembly of the pressure gradient volume integration within each element defining the CV. However, components of the force tangent to the AS need to be explicitly taken into account (the f_x and f_y expression of Eq. (I.8)). Since these components are equal to the product of the local discontinuity in velocity and mass flux crossing the actuator surface, to be consistent with the principles of the CVFEM, for a CV of an AS node, the mass flux crossing the AS is calculated as the sum of all mass fluxes crossing the CSs of the CV on one side of the AS only. Fig. I.6(c) provides with an illustration of this calculation in the 2D method: \dot{m}_{AS} corresponds to the mass flux crossing the actuator surface and is equal to the sum of all mass fluxes crossing the CSs on the left side of the AS. The mass fluxes through CSs are those used during the construction of the algebraic equations expressing mass balances, since mass conservation is guaranteed by the CVFEM, the choice of side where the sum of mass fluxes is calculated has no consequence on the converged solution.

I.3.3 Overall solution algorithm

When the loading of the AS is prescribed and independent of the flow, a unique flow solution exists that respects the principles of mass, momentum and vorticity conservation. In the numerical solution of this problem, the adapted CVFEM simply converges towards a single flow solution, as would the CVFEM also converge if a prescribed set of volume forces were used instead to model a lifting body. However, when the loading of the AS is dependent on the flow, an iterative process must take place:

1. Initialisation of the flow solution (generally to uniform inflow)
2. Estimation of actuator surface(s) loading: in the case where lifting devices are modeled, this consists in evaluating relative flow angles and velocities at control points (to be defined in Section I.4) and, from considerations of airfoil aerodynamic characteristics, estimate the distribution of circulation at every section of the AS. Once circulation is known, the action of the AS is modeled using the distributions of Eqs. (I.11) and (I.12) for velocity discontinuities and Eq. (I.8) for external forces.
3. Application of adapted CVFEM to find the flow solution given loading defined in Step 2.
4. Re-estimation of the AS loading: an iterative process takes place between Steps 2 and 3 until convergence of the flow solution.

In Step 3, it should be kept in mind that the CVFEM is also undertaking an iterative process to find a fully converged flow solution. But, it is not always necessary to use the converged solution before re-evaluating the AS loading, thereby accelerating the global convergence of the four-step process. To ensure a smooth convergence process, the AS action on the flow can also be introduced gradually. For the particular problem of the uniformly loaded actuator disk, this approach proved to be essential.

I.4 Results

The concept of the AS is first applied to simple 2D problems having analytical solutions and for which the distribution of discontinuity is given: excellent agreement with flow properties and force evaluation is found. The method is then applied to the 3D problem of the tapered wing in translation and is compared to the results of the Prandtl lifting line. Finally, the method is applied to wind turbine aerodynamics by using rotating actuator surfaces.

I.4.1 2D problems

I.4.1.1 The segment with uniform velocity discontinuity

The first validation of the proposed approach concerns the simple case of a 2D segment along which a uniform velocity discontinuity is applied in the segment direction. This 2D segment is immersed in a uniform flow, therefore the exact analytical solution is the combination of the uniform flow (of magnitude U_∞) plus the perturbed flow due to the velocity discontinuity, which can be attributed to a vorticity distribution, according to the Biot-Savart Law. The solution domain is a rectangle oriented in the direction of U_∞ , and the value of the uniform velocity is prescribed on three faces of the domain, while the last face is defined as an outlet boundary. Fig. I.7 presents the streamlines of the numerical solution as well as isocontours of the vertical velocity component for the case of a segment oriented parallel to the uniform inflow. Fig. I.8 presents the same results, but for the perturbed solution only, i.e. for the flow induced by the vorticity distribution. This flow is deduced from the numerical solution by subtracting the value of U_∞ from the computed velocity field. In both figures, the actuator surface is drawn using a bold dashed line. In Fig. I.8, the streamlines of the numerical solution are not perfectly circling the segment of discontinuity as predicted by the analytical solution. Instead, at the right end of the segment, the streamlines have a wave-like shape which might be linked to numerical diffusion. To evaluate the impact of the uniform inflow on the perturbed solution, numerical computations have been performed for incoming flow angles of 0, 10, 30, 60 and 90 degrees with respect to the segment representing the actuator surface and for different ratios between U_∞ and attached vorticity (see Fig. I.9 for an illustration of the different configurations studied). For all solutions, the total external force that the vorticity segment induces on the flow has been calculated. It has been verified for all cases that the integrated component of the force in the direction of the incoming free velocity is always very close to zero (to within a few percent of the lift) while the integrated normal component of the force is always very close (within 4%) to the Kutta-Joukowski relation which states that induced lift is equal to $\rho U_\infty \Gamma$ (where Γ is the total circulation $\Gamma = c\Delta u$, c being the length of the vorticity segment).

I.4.1.2 The actuator disk

As regards the well-known actuator disk problem, it is possible to distinguish two vortex systems that induce perturbations in the incoming flow: the first vortex system consists of a hub vortex of constant strength together with radial vorticity distributed on the actuator disk and axial vorticity on the slipstream surface. The slipstream surface should be geometrically defined by the trajectories of the particles passing through the actuator disk contour. Determining these trajectories is not a trivial problem [18] and for the sake of simplicity, the geometry is taken as a line extending from the actuator disk contour to downstream

infinity. This first vortex system conserves vorticity flux and induces only azimuthal velocities in the flow. The second system consists of ring vortices distributed over a contracting tube shed from the edge of the actuator disk and extending to downstream infinity (see Fig. I.10). This system induces radial and axial components of the perturbation velocities, and it is also responsible for slipstream contraction.

The present method, in its axisymmetric version, has been used to simulate the action of the second system by studying a constant surface distribution of velocity discontinuity of magnitude γ for the ring vortices. These conditions correspond to those of a uniformly loaded actuator disk. The full analytical solution to this problem can be found in the literature [19]; amongst various results, the variation of the perturbation axial velocity at the axis of symmetry is given by:

$$u_x(r = 0, x) = \frac{\gamma}{2} \left(1 + \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right)$$

where R is the radius of the actuator disk located at $x = 0$ and u_x is the axial velocity. The computations have been done with a uniform inflow velocity of 10 m/s, a 1-m radius actuator disk, and a velocity discontinuity γ of 1 m/s. Some convergence issues were encountered, mostly due to instabilities developing at the outflow boundary (the actuator surface used here indeed extends up to the outflow boundary). Building successive solutions to the problem by stepwise increasing the actuator surface solves this problem and ensures rapid convergence. Fig. I.11 presents isocontours for the axial and radial velocities u_x and u_r , as well as the static pressure p . In this figure, the actuator surface is represented by a bold dashed line; note that the tangential component is null since only the second vortex system of the actuator disk is studied.

Fig. I.12 presents a comparison between numerical and analytical solutions of the center-line velocity variation. The agreement is very good.

I.4.1.3 Axisymmetric actuator disk applied to HAWTs

The embedding of an actuator disk within a CFD method is an area of increasing interest in the field of Horizontal-Axis Wind Turbine (HAWT) aerodynamics [20] and the proposed CVFEM has been applied using the axisymmetric actuator disk concept [21] and blade element theory. Whereas the present formulation uses surface forces, almost all other models represent the actuator disk by a set of volume forces only [22–24]. In Ref. [21], the results produced by the proposed actuator surface method have also been compared with the results of a previous method, developed by the same authors, in which the velocity field is not allowed to be discontinuous and the actuator disk is analyzed as a source of external force only (resulting in fact in a pressure jump) to mimic the behaviour of volume forces

methods. As observed by some authors [23, 24], spurious oscillations (of a checkerboard type) in flow properties occur in the vicinity of the actuator disk when the flow is assumed continuous; however, using the representation of the actuator surface as presented in this paper, such anomalies are not observed. Furthermore, the relative differences in predicted mechanical power output between the two methods have been evaluated to be 5% on average (based on studies of four wind turbines).

I.4.2 3D problems

I.4.2.1 The finite wing

The problem of the finite wing in uniform translation is a necessary step to verify the proposed methods capability to model wake induction on a lifting device. If the method performs adequately for a wing in translation, then it is expected to perform well for a wing in rotation.

Twenty-four forms of the tapered wing have been studied derived from the combinations of 6 taper ratios $\frac{c_t}{c_r}$ (0.1;0.2;0.4;0.6;0.8;1.0) and 4 aspect ratios $AR(4;6;8;10)$. The same span length b of 10-m, inflow velocity of 50 m/s and pitch angle β of 5 degrees have been set for all 24 cases. AR is defined as the ratio of b^2 to the wing area.

The actuator surface used to model the finite wing is a flat tapered plate parallel to the incoming flow (of velocity U_∞ along the x direction) whose dimensions are those of the wing planform shown in Fig. I.4. The solution domain is a cube with sides of length $30b$; the flat plate representing the wing is located $10b$ downstream of the inlet and at the center of (y, z) planes. The mesh is refined in the vicinities of the wing tips and around the leading and trailing edges, and nodes are placed at mid-chord of the wing as control points where the induced angle α_i , evaluated using $\alpha_i = \tan^{-1}(-w_{av}/U_\infty)$, is measured (see Fig. I.13 for an illustration of mesh details around the actuator surface). To estimate the loading of the actuator surface, the lift coefficient is calculated using the thin airfoil relation $C_l = 2\pi(\beta - \alpha_i)$, so that the circulation around a section is given by $\Gamma = \pi\rho c U_\infty(\beta - \alpha_i)$. Velocity discontinuities are distributed using Eqs. (I.11) and (I.12) and the associated system of forces using Eq. (I.8).

Table I.1 summarizes the mesh characteristics along with total RAM needed to analyze the problem. Since mesh M3 requires a substantial amount of computational power, few computations are performed using this mesh.

Total lift L of the wing is calculated from the surface integral of pressure jumps across the actuator surface while induced drag D_i is determined from momentum consideration

Table I.1

Meshes and needed RAM.

	Mesh M1	Mesh M2	Mesh M3
Number of nodes for domain discretization	41X31X49	81X61X97	161X161X193
Number of nodes for wing discretization	6X16	12X32	24X64
RAM needed (approximately)	100 Mb	800Mb	6.4 Gb

using:

$$D_i = - \iint_S \rho \Delta u w_{av} dS \quad (\text{I.18})$$

In these equations, $\rho w_{av} dS$ corresponds to the mass flux passing through an elementary surface of area dS , and is in fact evaluated from the assembly of mass fluxes across all control surfaces on one side of a control volume as discussed in Section I.3.2.

Fig. I.14 presents (a) a downstream view of streamlines concentrated at the tips of a wing of $AR=10$ and taper ratio of 1, and (b) the same view, but with slight inclination of the x axis to present downstream development of tip vortices. In the exact, analytic solution to this problem [18], the downstream vorticity system exhibits a natural tendency to roll up in singular, hardly predictable, behavior. To use vortex methods to analyze the aerodynamics of a lifting device, it is necessary to rely on a specific model for the trailed vorticity system usually by setting, in advance, the shape of this system. The shape can be set fixed or moving with the flow. When set moving, singular behaviors are noted and the problem becomes less tractable. Fig. I.14 indicates that vorticity creation and advection is well modeled by the present method: Δu and Δv discontinuities result in the creation of vorticity within the flow (with a major component along the x axis) whose evolution is naturally taken into account by the Navier-Stokes equations. In the actual, viscous flow of a finite wing, boundary layers occur along the wing surface but, for large Reynolds number, they are very thin and outside them the flow acts according to inviscid flow theory. At the trailing edge of the wing, these viscous layers continue to exist in the wake and viscosity effects act to rapidly equalize the values of velocity and pressures across the wake. In the actuator surface, the component of lateral velocity discontinuity cancels abruptly at the trailing edge, however, the method reproduces with good accuracy the results of the Prandtl lifting line theory.

To present the influence of the convection scheme order, isocontours of the calculated component w_{av} of the flow crossing the actuator surface are drawn in Fig. I.15 for a wing of $AR = 4$ and taper ratio of 1, using either the first or the second order convection

scheme with mesh M2. Along the entire wing span, the flow component w_{av} is observed to decrease from positive (upwash) to negative (downwash) in accordance with analytical vortex analysis. Intense lateral variations of w_{av} happen at the tip where the influence of tip vortex induction on the flow is the strongest. This behavior, linked with the fact that lift should cancel at the tip, is difficult to handle numerically. The second order convection scheme notably improves modelling of the tip area. As underlined by Tran et al. [16], the second order scheme is more efficient in modeling regions of rapid velocity variation. Reduction of false diffusion is also evident with the second-order scheme, since the axial decrease in w_{av} component is less intense than with the first order convection scheme.

Fig. I.16 shows the induced flow angle in the plane defined by the wing surface at two stations along the flow direction: mid-chord and $0.8c_r$ (c_r is the root chord length) upstream of the leading edge. At the mid-chord position, the induced flow angle is simply the opposite of the induced angle α_i . Results for the three meshes and two convection schemes are presented. Results at mid-chord were also produced using Prandtl lifting line theory with the method of Anderson [25] using 200 points to discretize the wing planform. The differences in induced flow angle predictions between convection schemes are significant at mid-chord, but much less so at the 80% upstream position. Furthermore, improvements in mesh refinement do not seem to diminish these differences at the 80% upstream position. These observations lead to a preliminary conclusion that regardless of the convection scheme or mesh, using the upstream inflow angle (and a suitable relation between this angle and the effective angle of attack of the airfoil $\beta - \alpha_i$) instead of the effective flow angle is a better choice for estimating the loading of a wing. Finally, it should be noted that an excellent agreement exists between results of Prandtl lifting line theory and the results from the new method with second order scheme and meshes M2 and M3: both approaches are therefore equivalent in the treatment of the vortical wake of a finite wing.

Finally, the proposed method is used, with the second order convection scheme, to predict values of lift L and induced drag D_i for all 24 planforms studied. Using the Prandtl lifting line adaptation of Anderson as a reference, the performance of the method is measured by calculating the relative differences for lift $|L - L_{Prandtl}|/L_{Prandtl}$ and induced drag $|D_i - D_{i,Prandtl}|/D_{i,Prandtl}$ and reported in Fig. I.17 as a function of taper and aspect ratio. Results obtained from a modified version of the proposed method are shown as well: in this formulation, velocity discontinuities are not allowed at the actuator surface (the velocity field is continuous) but the system of forces is still prescribed using the equations of the original method. In some way, the modified method is trying to emulate a volume force approach where the forces would be distributed over a volume. In a CFD adaptation of the volume force approach for the finite wing problem, prescribing the forces from flow properties is not obvious; the origin of the induced drag and its evaluation is not straightforward either. The actuator surface however represents an integrated framework that performs this task with accuracy when compared to the results of the Prandtl lifting line adaptation of Anderson. Indeed, Fig. I.17 shows that the relative performance of the

proposed method for lift and induced drag ranges between 5% and 10% for meshes M2 and M3, whereas much higher relative differences are measured using the volume force approach. The ability of both methods to predict the ideal value of induced drag (for a given lift) decreases when either AR or $\frac{c_r}{c_t}$ increases and is dramatically improved by mesh refinement as shown by the results using mesh M3. As a rule of the thumb, grid-dependency has been studied and shows that a minimum number of 1000 nodes on the surface carrying discontinuities is needed for a wing planform of aspect ratio greater than 8 to give relative differences of lift and drag close to 2% when compared to the Prandtl solution.

I.4.2.2 The wind turbine

In this section, rotating actuator surfaces are employed to study HAWT aerodynamics. Loading of the actuator surface is prescribed in the same way as for the finite wing. The CVFEM however, had to be adapted to the resolution of Navier-Stokes equations in a rotating frame of reference: this issue is discussed first, and results for a small, experimental wind turbine are then presented.

I.4.2.2.1 Numerical implementation of the wind turbine model

Reformulation of the mathematical problem The rotating frame of reference, in which the blades appear fixed, has been used for simulations. In this reference frame, the governing equations are the Navier-Stokes equations in their steady form including inertial (centrifugal and Coriolis) forces. When pressure and flow velocity components (measured in a Cartesian coordinate system) are selected as the unknowns to this problem, and the CVFEM formulation of Saabas & Baliga [15] is used to discretize the algebraic equations for these unknowns, numerous convergence problems arise, even for the simple case of an advancing flow in solid rotation without obstacle (corresponding to the inlet condition of the wind turbine problem). Investigations have determined that the convection scheme, in combination with the segregate solution algorithm, is inappropriate to adequately handle the convection fluxes specifically due to the rotating component of the velocity Ωr (Ω is the blade rotational speed and r is the distance to the axis of rotation). To resolve this convergence problem, the flow velocity \vec{V} as measured in the rotating frame of reference is split in two parts:

$$\vec{V} = \vec{V}_{nr} - \Omega r \vec{e}_\theta \quad (\text{I.19})$$

where \vec{V}_{nr} is the velocity vector measuring the flow velocity in a fixed system of coordinates (see Fig. I.18) and $-\Omega r \vec{e}_\theta$ is the rotational velocity vector. The velocities \vec{V}_{nr} at every domain node constitute the new unknowns of this problem.

This separation of the velocity in two terms is introduced in the Navier Stokes equations:

$$\iint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S p \vec{n} dS + \iiint_V \rho \Omega^2 r \vec{e}_r - 2\rho \vec{\Omega} \times \vec{V} dV \quad (\text{I.20})$$

where the surface integrals are taken upon a control volume V of surface S with \vec{n} as the outward normal vector to the surface. The last two terms are inertial forces (centrifugal and Coriolis forces) due to the rotation of the reference system.

Following Eqs. (I.19) and (I.20), the convection term is split in three terms:

$$\iint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S \rho \vec{V}_{nr} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS - \iint_S \rho \Omega r \vec{e}_\theta (\vec{V}_{nr} \cdot \vec{n}) dS + \iint_S \rho \Omega^2 r^2 \vec{e}_\theta (\vec{e}_\theta \cdot \vec{n}) dS \quad (\text{I.21})$$

On the right-hand side of Eq. (I.21), the first term can readily be used to model the contribution of convection to the discretized momentum conservation equation using \vec{V}_{nr} nodal values as unknowns, following the MAW scheme of Saabas & Baliga [15].

The second and third terms on the right-hand side of Eq. (I.21) are treated as constant source terms in the numerical model when building the algebraic equations from momentum conservation in a control volume. The surface integral of the second term is calculated at Gaussian points on the surface and mass fluxes are evaluated again using the MAW scheme.

It can be shown that the third term on the right-hand side of Eq. (I.21), combined with the inertial forces, will result in a total volume force given by $-2\rho \vec{\Omega} \times \vec{V}_{nr}$, where $\vec{\Omega}$ corresponds to the rotation vector (with direction along the axis of rotation). This volume force is, in some way, a Coriolis force that is applied only on the non-rotating component of the velocity.

This reformulation of the governing equation has proven to be very efficient and has been thoroughly tested on the case of an advancing flow in solid rotation without obstacle. Different boundary and initial conditions have been used on this case and, in almost every simulation, the solution rapidly converges towards the trivial solution $\vec{V}_{nr} = 0$.

Solution domain specifics Taking advantage of the symmetry of the two-bladed wind turbine problem, the solution domain is a hollow half-cylinder as shown in Fig. I.19 with only one actuator surface used to model the rotor. Depending on the flow variable solved, periodic or anti-periodic boundary conditions are set at the surface of symmetry. As shown in the zoom of Fig. I.19, the structured mesh is composed of radial lines extending from an inner radial position (set small compared to the blade dimensions) to an outer position far from the blade. Let I, J and K be the indices for nodes of the structured mesh, then the previously mentioned radial lines correspond to $J = \text{constant}$, and providing that u, v and

w are the flow components in the x , y and z axis as shown in Fig. I.19, then periodicity is expected for u and anti-periodicity for v and w components between surfaces $J = 1$ and $J = NJ$ as summarized by the formulas in Fig. I.19.

I.4.2.2.2 Results for the TUDelft rotor

In this paper, the aerodynamics of an experimental rotor designed at Delft Technical University (TUDelft) is thoroughly studied. The TUDelft rotor is a two-bladed HAWT having a diameter D of 1.2m that rotates (for the cases studied in the article) at 700 rpm. A NACA0012 profile is used on the lifting part of the blade from $r/R = 0.3$ to the tip, and the blade has constant chord length of 0.08m with a linear twist distribution. The blade can be pitched at different angles; herein, blade tip pitch angles of 0, 2 and 5 degrees are used. Detailed inflow and near wake measurements have been performed using hot film anemometry. Information regarding the wind turbine and the research program of TUDelft can be found in the works of Sant [26] and Haans et al. [27].

Given the results of the finite wing study, a structured mesh of 201 X 65 X 46 nodes is used along axial (I), azimuthal (J) and radial (K) directions to discretize the domain of total length $3.5D$, inner radius $1.5 \cdot 10^{-2}D$ and outer radius $5D$. The mesh is refined around the actuator surface location, which is located $0.3D$ upstream of the outflow boundary. As shown in Fig. I.20, which presents the node distribution in the $I = \text{constant}$ plane where the actuator surface lies, 17 X 20 nodes are used to discretize the actuator surface.

The location of inflow and outflow boundaries relative to the actuator surface has been studied to ensure independency of results, together with the influence of the spacing between axial mesh planes in the vicinity of the actuator surface. The final mesh design represents, in terms of total number of nodes, a good compromise between accuracy (in terms of grid independency) and computing time.

As regards actuator surface loading, circulation around blade sections is calculated using relative velocities and angles of attack evaluated at the mid-chord of the blade, to provide values of $\|\vec{V}_{av}\|$ and C_l in Eq. (I.10). During meshing, nodes are located in the middle of the blade, as illustrated by Fig. I.20, where a vertical line of nodes splits the actuator surface in two equal parts. This practice is comparable with vortex methods based on the lifting line concept, where the blade bound circulation is estimated from values of velocities at control points [3].

2D experimental lift and drag coefficients are taken from [28] for a Reynolds number of 150000. As explained in the presentation of the actuator surface, only lift characteristics are needed to prescribe its loading. For all computations, the second order convection scheme was used and an artificial viscosity was employed to ensure stability during the

convergence process; it was verified that the level used did not influence the rotor inflow and near-wake results so that the following results reproduce inviscid flow.

Power and Thrust Curves Figs. I.21 and I.22 present comparisons between experimental and computed power and thrust coefficients as a function of tip-speed ratio λ for tip-pitch angles of 0, 2 and 5 degrees.

Power is calculated from blade element theory using the local flow velocity calculated by the CVFEM (evaluated at the middle of the actuator surface) and 2D lift and drag characteristics. Thrust is calculated from the surface integration of pressure discontinuities over the actuator surface. Agreement with experiment is much better for the thrust than for the power coefficient. Calculated power coefficient values are close to experiment only for the 2 deg tip-pitch angle case.

$\lambda=8$ case: Components of velocity To give some insight into the model results, Figs. I.23 and I.24 present the velocity components (in m/s) calculated by the model for $\lambda=8$, corresponding to a uniform incoming velocity of 5.5 m/s with the rotor rotating at 700 rpm. The pitch angle is 2 degrees. The two figures show isocontours of the axial and radial (as defined by the system of coordinates of Fig. I.18) velocity components of \vec{V}_{nr} taken either in the plane enclosing the rotor swept surface (Fig. I.23) or in the axial plane that splits the blade in two halves, i.e. $\theta = \pi/2$ (Fig. I.24). In Fig. I.24, location of the actuator surface is indicated by a straight bold line. Since only the non-rotating components of velocity are represented, these pictures represent the flow state when a blade reaches the vertical position. It is interesting to note that the model handles well (1) the effect of rotation, (2) the velocity discontinuities, (3) the existence of strong vortical structures emanating from both the tip and root areas of the rotor, and (4) the induction of the actuator surface on the flow upstream of the rotor. Fig. I.24 is particularly striking and shows that the model can be used to trace tip vortex trajectories.

For the particular case of $\lambda=8$, detailed experimental measurements have been obtained by TUDelft [26, 27] using hot-film anemometry, phase averaging and novel recombination methods to derive the 3D components of velocity. These measurements were taken both in the inflow and near wake region of the turbine along planes parallel to the rotor swept surface. Figs. I.25, I.26 and I.27 present comparisons at planes located $0.03D$, $0.05D$ and $0.075D$ (corresponding to 3.5, 6 and 9 cm) downstream of the rotor between the numerical results and the experimental measurements for the axial, tangential and radial components of the non-rotating velocity (in m/s). In each figure, three radial locations are presented: $r/R = 0.4$ (blade root area), $r/R = 0.7$ (mid-span area) and $r/R = 0.9$ (blade tip area). Components of velocity are plotted against azimuthal position θ .

It can be observed that significant bias exists between experimental measurements and model outputs for the axial and radial components. However, it is remarkable that the shape of azimuthal distributions of velocity components are very similar between the model and the measurements, and that the rapid changes of the flow velocity components as a function of downstream distance is qualitatively well reproduced by the numerical solution. Furthermore, it may be noted that the bias between experimental and modelled components of velocity is, on the average, reduced with increasing axial distance from the rotor. From these observations, it seems questionable to calculate the blade loading through blade element theory, as presented in Section I.2.2. However, Fig. I.28 shows a comparison between experiments (taken from [26]) and model calculations for the axial component of velocity where the agreement is much better. Here, the rapid evolution of axial velocity at the tip and root of the actuator surface raises questions as to the origin of these variations. As already observed in the case of the finite wing, this is typical of the actuator surface representation and has to be linked to the bound vorticity along the actuator surface.

These disagreement between model and experiments can be attributed to several factors, starting with the obvious differences between the object modeled by the AS within the CVFEM and the real wind turbine (which is not completely porous as the AS is). Another important factor concerns the effect of rotation on blade aerodynamics which can dramatically change lift and drag characteristics, hence the circulation along a blade section when compared to 2D characteristics [29]. Similar to a blockage effect that is not taken into account by the model, the absence of a solid boundary to model the blades of the rotor most probably influences the numerical solution. In the central part of the rotor, the induced blockage effect might even be stronger since local blade solidity c/r is higher. The uncertainties associated with the discretization (domain size and mesh, convection model, numerical dissipation) and the treatment of boundary conditions are also cause for some of the observed discrepancies.

I.5 Conclusion

To model lifting devices, whether it be a wing in translation or rotation, this paper proposes the concept of an actuator surface, defined as a porous moving surface that carries velocity and pressure discontinuities as well as an induced system of forces. The origins and derivation of this concept have been reviewed to show that it respects conservation of vorticity and energy exchange accordingly with the onset of lift by ensuring constant total pressure in the reference frame fixed to the AS. 2D and 3D versions of a control volume finite element model (CVFEM) are used to model the inviscid flow that results from this singular surface. The implementation of the actuator surface action on the flow in these two methods was simplified by the integral approach of the CVFEM as regards the discretization of the Navier-Stokes equations. In addition to the modifications pertaining to the action of the actuator surface, the specific adaptations to the 3D CVFEM for the study

of rotational flows are also presented. The proposed model and numerical methods are then used to study the 2D and 3D inviscid flows of (i) a uniformly loaded segment, (ii) an actuator disk, (iii) a finite wing and (iv) a HAWT. In the first two cases, the method appears to be accurate in the determination of the flow velocity and associated system of forces. In the case of the finite wing, for 24 different tapered wing planforms, the actuator surface, which takes the shape of each planform, reproduces numerous characteristics of the flow (lift, induced drag and induced angle of attack) with good accuracy compared to the Prandtl lifting line model. A modified version of the actuator surface is also used where velocity is not allowed to be discontinuous across the actuator surface, but pressure is, in an attempt to reproduce the results of a model based on distribution of volume forces. The results of this modified version show significant differences with the Prandtl lifting line lift and induced drag, which imply that volume force methods that impart all of their action on a single layer of nodes could be misguided. As a last application, the experimental wind turbine rotor of the Technical University of Delft is thoroughly analyzed. Comparisons between numerical model output and experimental measurements are presented for the power and thrust coefficients and for near-wake velocity measurements. Results are encouraging. Values of thrust coefficient calculated by the model are closer to those observed in experiments than power coefficient and it was found that details of the flow structure inherent to a vortical wake are well reproduced by the proposed model. These are good signs that the model should be appropriate to analyze wake evolution of rotating lifting bodies like propellers, helicopters and HAWTs. Further developments and case studies are needed to study the influence of the actuator surface loading distribution on the flow and the relative performance of this new concept versus classical concepts (vortex, actuator-disk, volume-force based methods). On a fundamental level, the integration of viscous drag in the flow model is also a subject of interest.

References

- [1] Meyer, C. and Kröger, D. (2001), *Numerical simulation of the flow field in the vicinity of an axial flow fan*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 36:pp. 947–969.
- [2] Tahara, Y., Tohyama, S., and Katsui, T. (2006), *CFD-based multi-objective optimization method for ship design*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 52:pp. 499–527.
- [3] Leishman, J. (2000), *Principles of Helicopter Aerodynamics*. Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press.
- [4] Chaffin, M. (1995), *A guide to the use of the pressure disk rotor model as implemented in INS3D-UP*. Tech. Rep. NASA CR-4692, NASA.
- [5] Wagner, S. (1999), *Flow phenomena on rotary wing systems and their modeling*. ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 79:pp. 795–815.
- [6] Boyd, D. (1999), *Rotor/Fuselage Unsteady Interactional Aerodynamics : A New Computational Model*. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- [7] Sørensen, J. and Shen, W. (2002), *Numerical modeling of wind turbine wakes*. Journal of Fluids Engineering, vol. 124:pp. 393–399.
- [8] Masson, C., Smaili, A., Ammara, I., and Leclerc, C. (2000), *Aerodynamic investigations on tower shadow impacts for HAWTs*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (2000-0041).
- [9] Breslin, J. and Andersen, P. (1994), *Hydrodynamics of Ship Propellers*. Ocean Technology Series 3, Cambridge University Press.
- [10] Wu, J.Z., Ma, H.Y., and Zhou, M.D. (2006), *Vorticity and Vortex Dynamics*. Springer.
- [11] Batchelor, G. (2000), *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press.
- [12] Panton, R. (2005), *Incompressible Flow*. Wiley.
- [13] Dobrev, I., Massouh, F., and Rapin, M. (2007), *Actuator surface hybrid model*. In Proceedings of The Science of Making Torque from Wind (2nd conference), Danish Technical University, DK: J. Phys.: Conf. Ser.

- [14] Masson, C., Saabas, H., and Baliga, B. (1994), *Co-located equal order control volume finite element method for two-dimensional axisymmetric incompressible fluid flow*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 18:pp. 1–26.
- [15] Saabas, H. (1991), Control Volume Finite Element Method for Three-Dimensional, Incompressible, Viscous Fluid Flow. Ph.D. thesis, Mc Gill University,.
- [16] Tran, L.D., Masson, C., and Smali, A. (2005), *A stable second-order mass-weighted upwind scheme for unstructured meshes*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 51:pp. 749–771.
- [17] Patankar, S.V. (1980), Numerical heat transfer and fluid flow. Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences., New-York: Mcgraw-Hill.
- [18] Van Kuik, G. (2003), *The edge singularity of an actuator disc with a constant normal load*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (2003-0356).
- [19] Conway, J. (1998), *Exact actuator disk solutions for non-uniform heavy loading and slipstream contraction*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 365:pp. 235–267.
- [20] Hansen, A. and Butterfield, C. (2000), *Aerodynamics of horizontal-axis wind turbines*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 25:pp. 115–149.
- [21] Leclerc, C. and Masson, C. (2005), *Wind turbine performance predictions using a differential actuator-lifting disk model*. ASME Journal of Solar Energy Engineering, vol. 127, 2:pp. 200–208.
- [22] Rajagopalan, R. and Fanucci, J. (1985), *Finite difference model of vertical axis wind turbines*. J. Propulsion and Power, vol. 1, 6:pp. 432–436.
- [23] Masson, C., Ammara, I., and Paraschivoiu, I. (1997), *An aerodynamic method for the analysis of isolated horizontal-axis wind turbines*. Int. J. Rotating Mach., vol. 3:pp. 21–32.
- [24] Sørensen, J. and Myken, A. (1992), *Unsteady actuator disk model for horizontal axis wind turbines*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 39:pp. 139–149.
- [25] Anderson, J. (2005), Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Science.
- [26] Sant, T. (2007), Improving BEM-based Aerodynamic Models in Wind Turbine Design Codes. Ph.D. thesis, Technical University of Delft.

- [27] Haans, W., Sant, T., Van Kuik, G., and Van Bussel, G. (2008), *HAWT near-wake aerodynamics, part I: Axial flow conditions*. Wind Energy, vol. 10.
- [28] Sheldahl, R.E. and Klimas, P.C. (1981), *Aerodynamic characteristics of seven airfoil sections through 180 degrees angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*. Tech. Rep. SAND80-2114, Sandia National Laboratories.
- [29] Schreck, S. and Robison, M. (2002), *Rotational augmentation of horizontal axis wind turbine blade aerodynamic response*. Wind Energy, vol. 5:pp. 133–150.

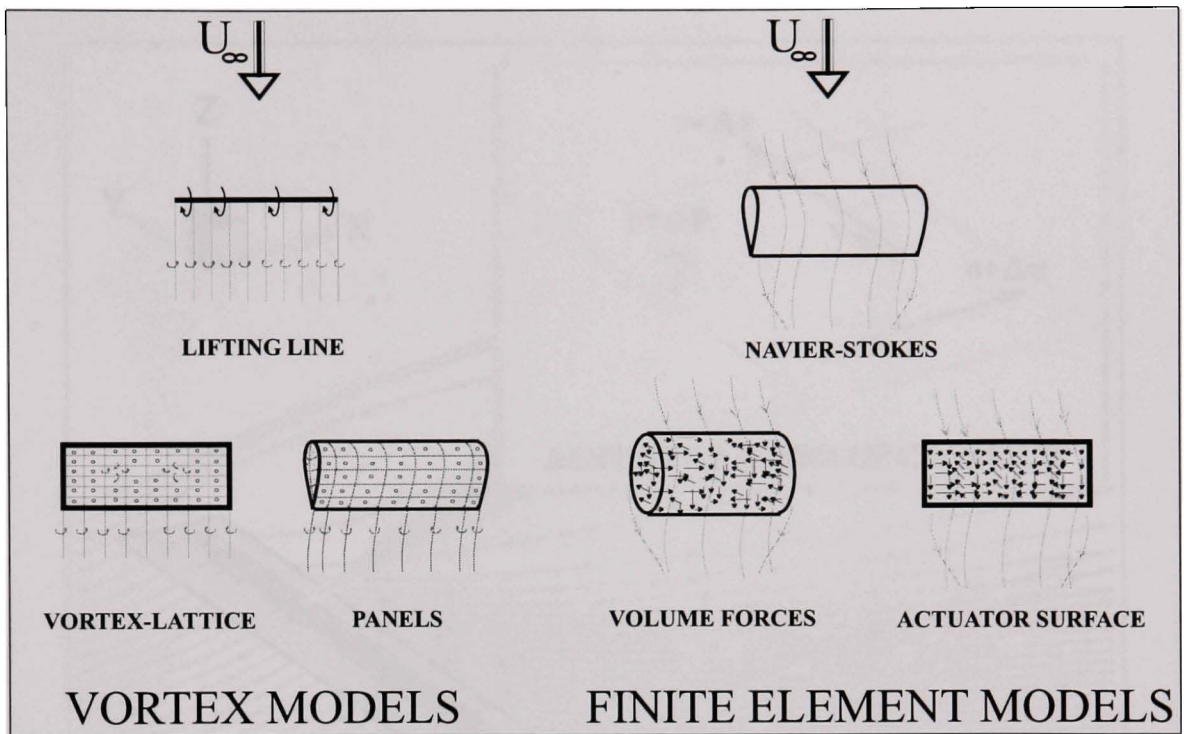


Figure I.1 *Schematic representation of aerodynamic models for a lifting wing*

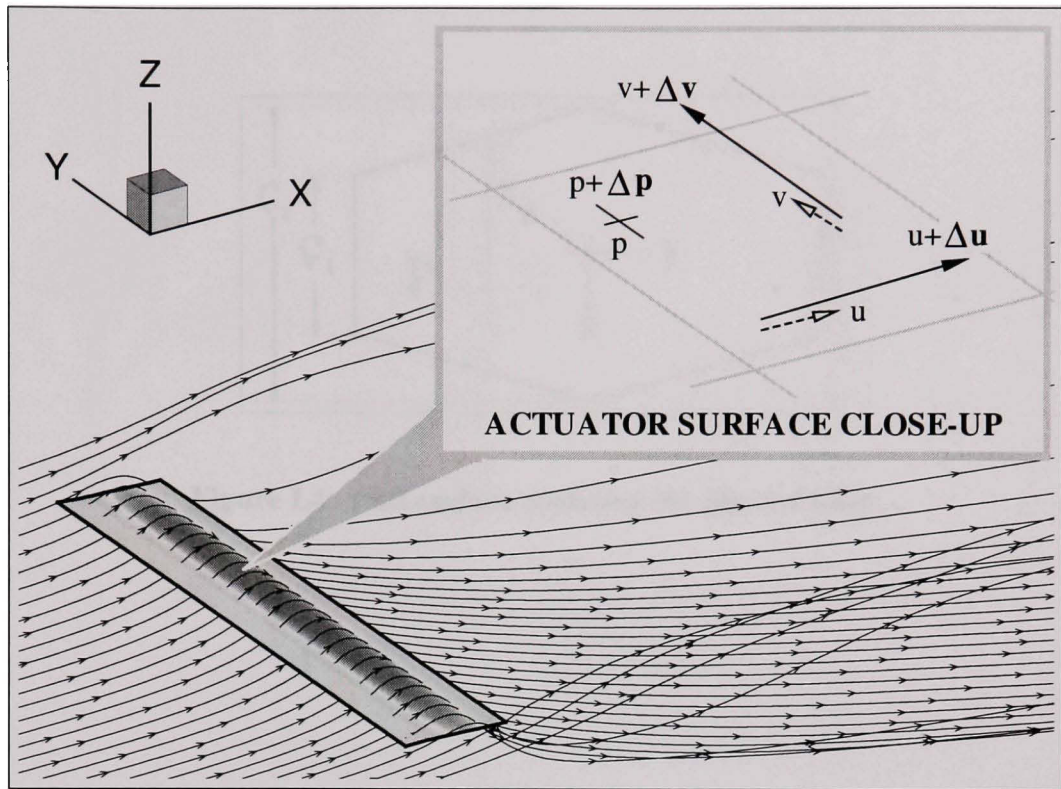


Figure I.2 *A simple actuator surface.*

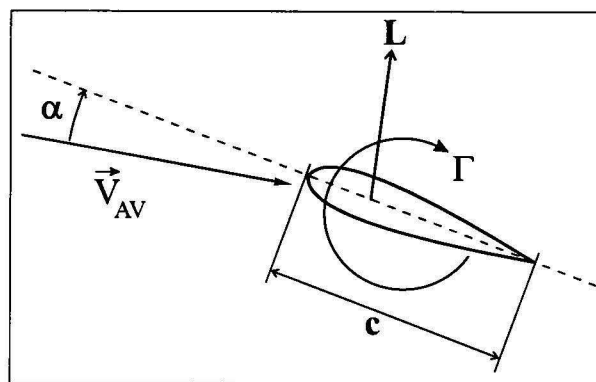


Figure I.3 *Cross section of a wing.*

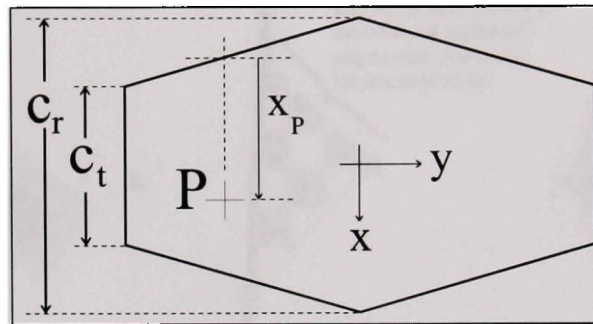


Figure I.4 *Flat surface modeling the tapered wing.*

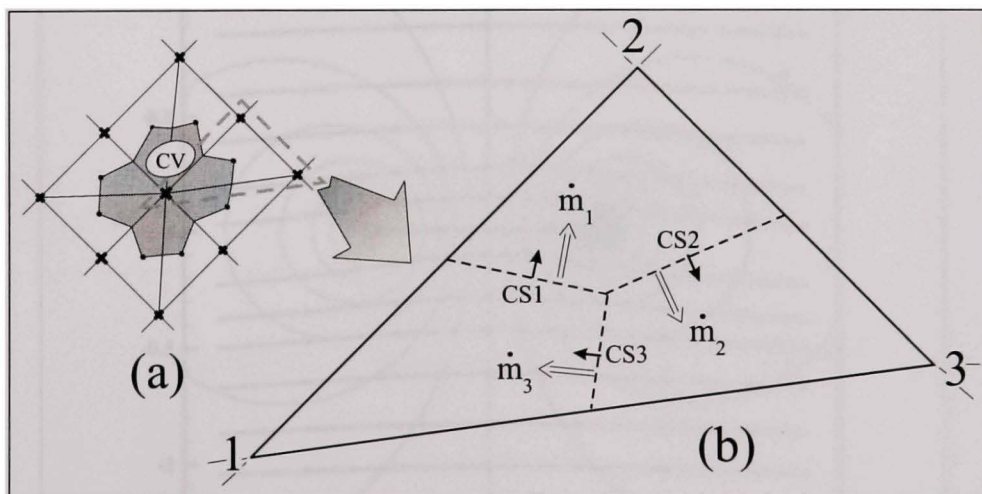


Figure I.5 *Details of the 2D CVFEM: Element Subdivision.*

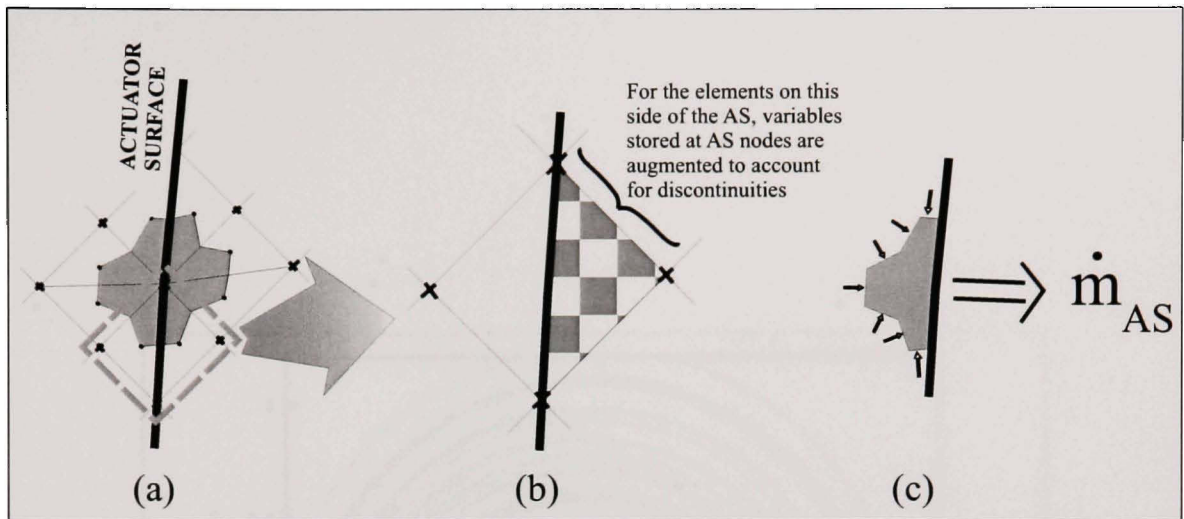


Figure I.6 *Details of the 2D CVFEM: Treatment of the AS.*

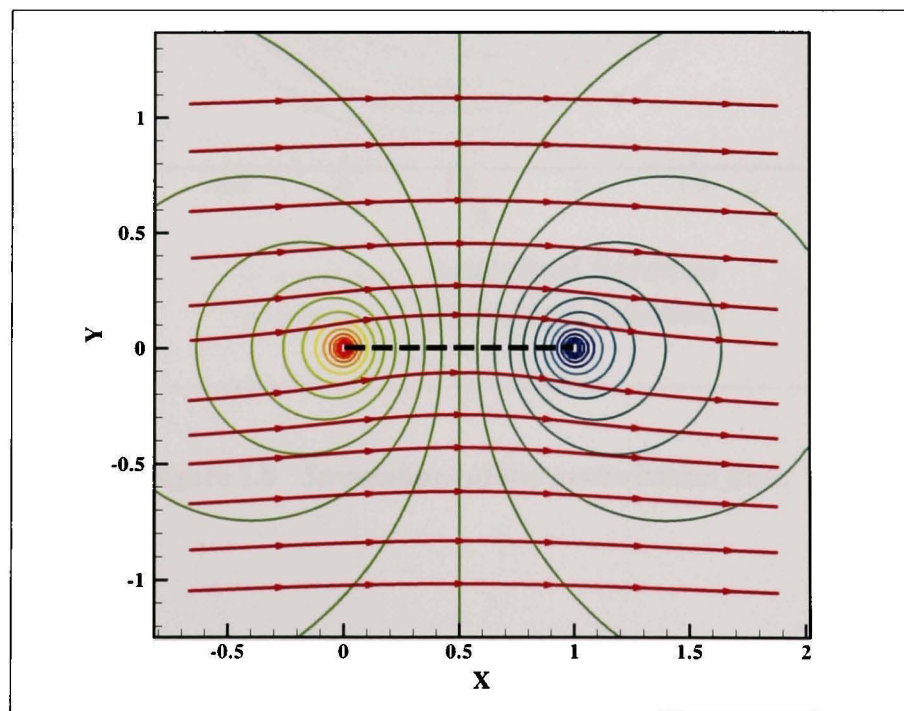


Figure I.7 *Streamlines and isocontours of vertical velocity for the 2D segment.*

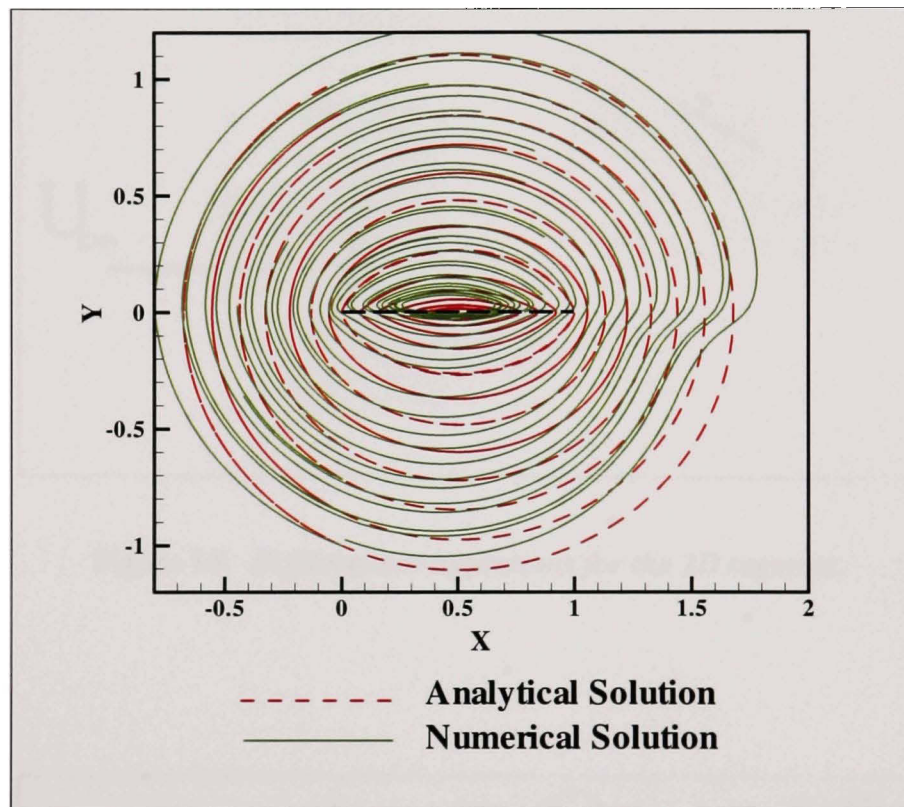


Figure I.8 *Streamlines of the perturbation flow.*

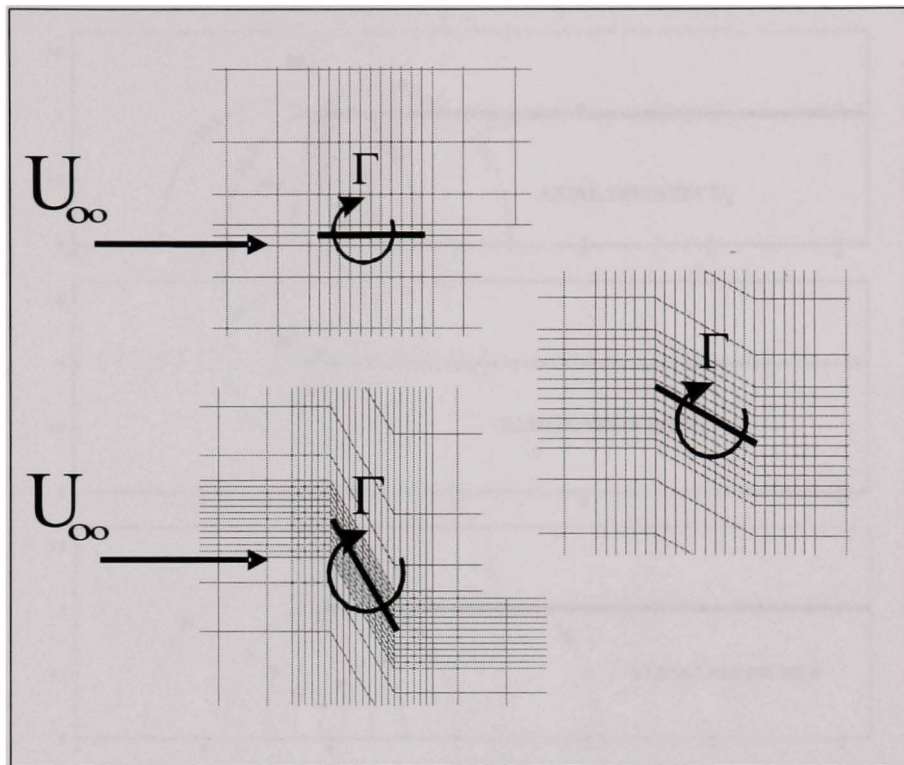


Figure I.9 *Different configurations for the 2D segment.*

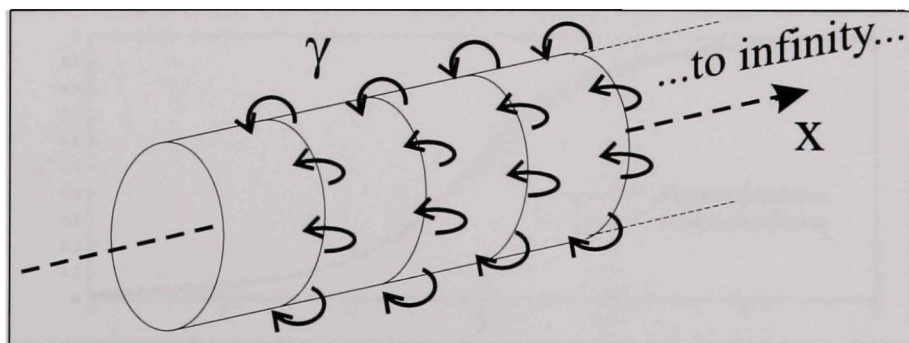


Figure I.10 *The ring vortices system of a uniformly loaded actuator disk.*

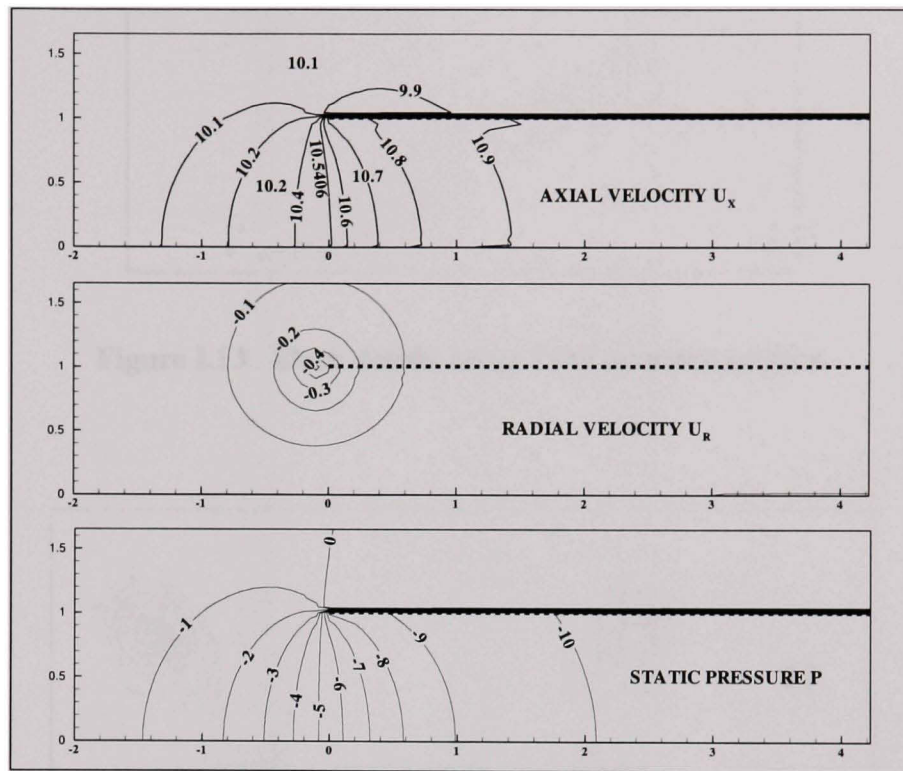


Figure I.11 *Solution properties for the case of the uniformly loaded actuator disk.*

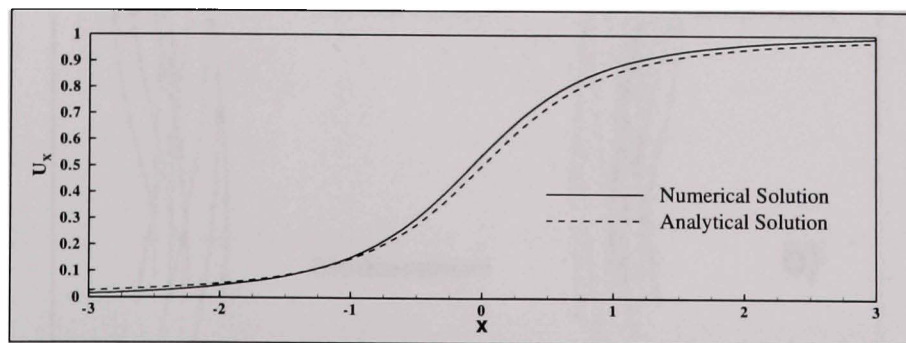


Figure I.12 *Centerline velocity variation.*

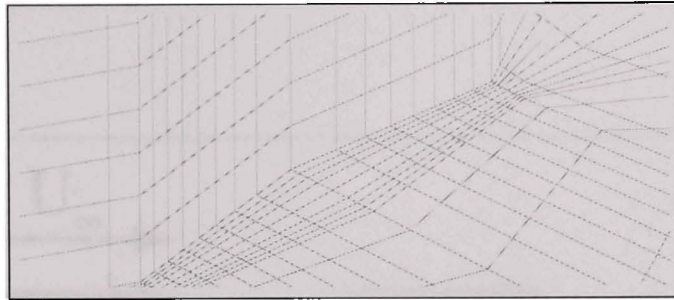


Figure I.13 *Mesh details around the actuator surface.*

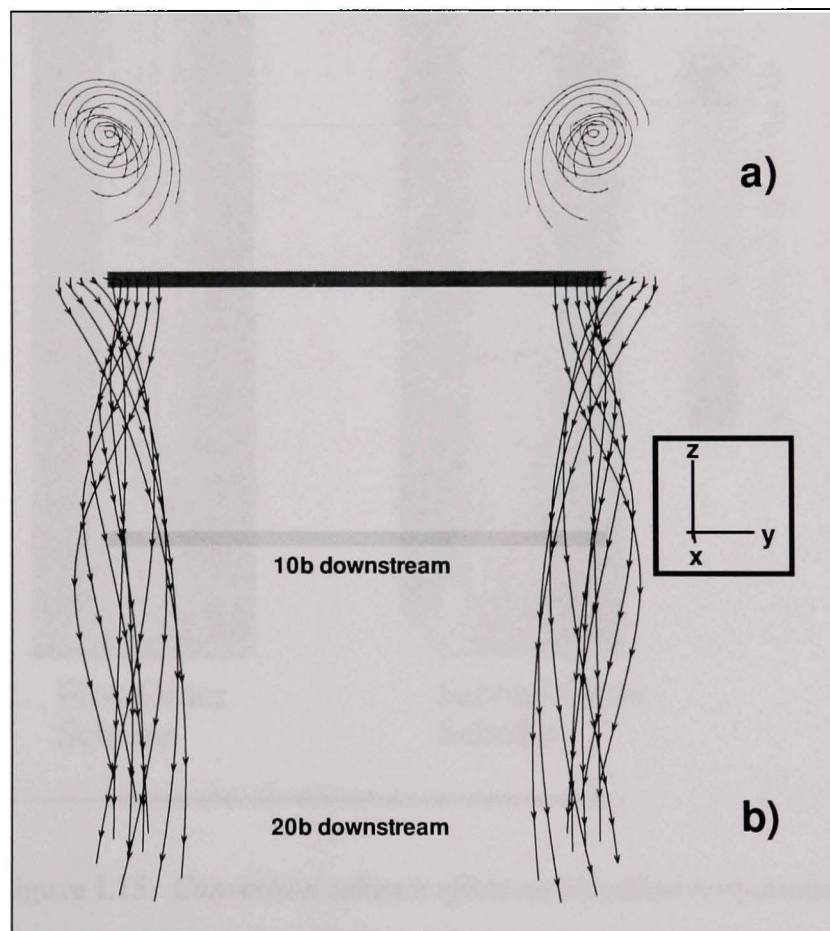


Figure I.14 *Highlighting tip vortices: flow streamlines.*

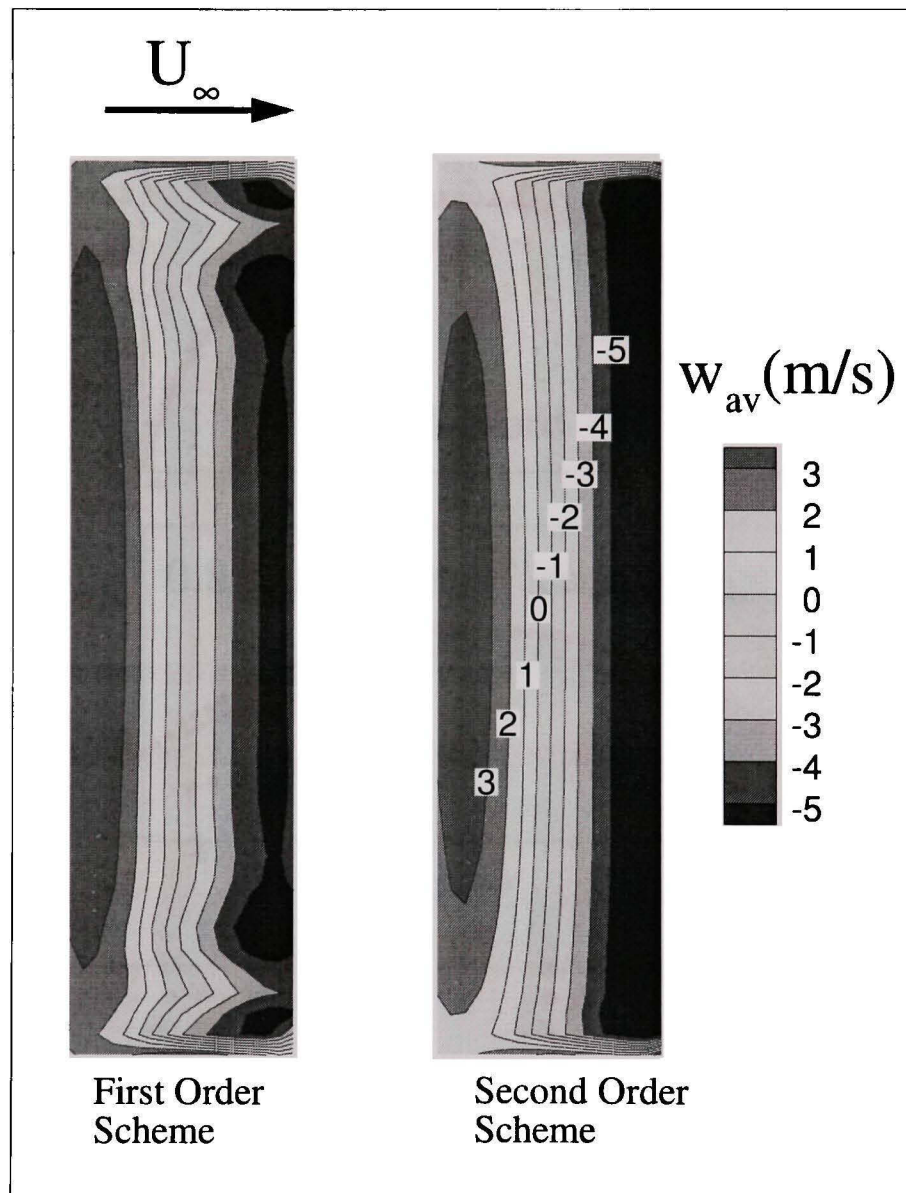


Figure I.15 *Convection scheme effect on crossflow isocontours.*

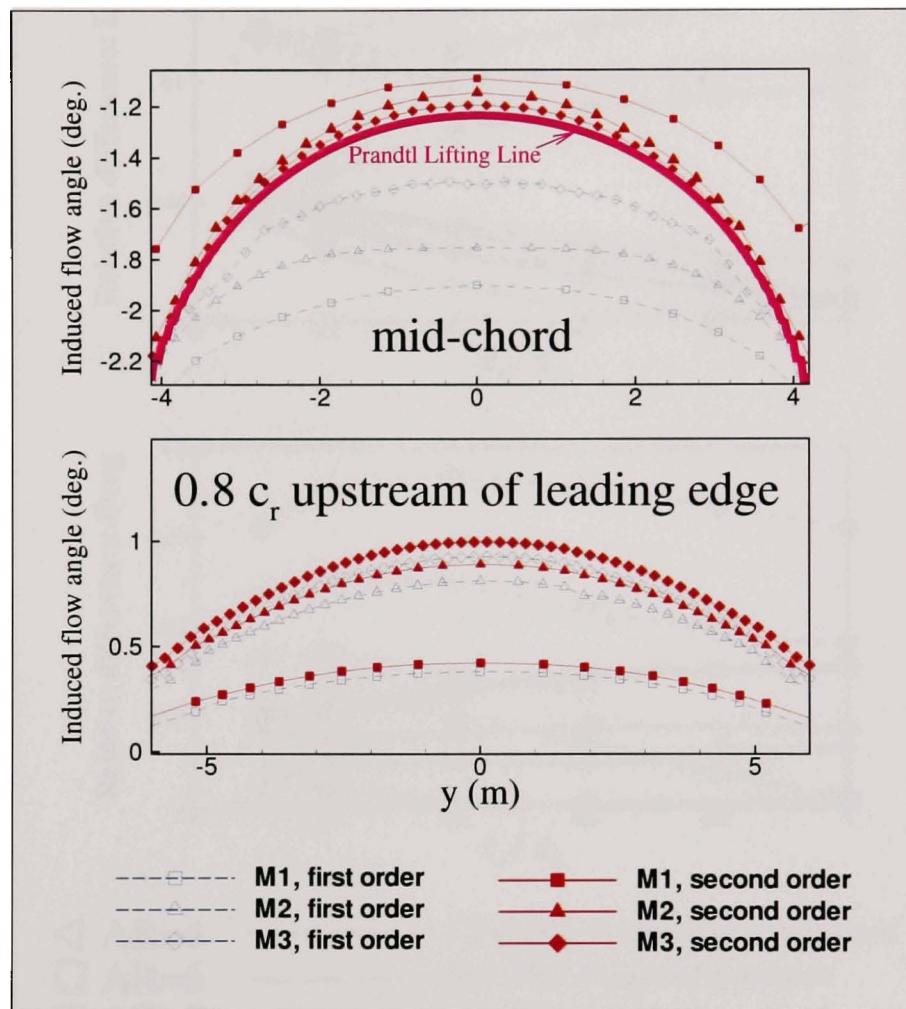


Figure I.16 *Spanwise distributions of induced flow angles at 2 chord locations.*

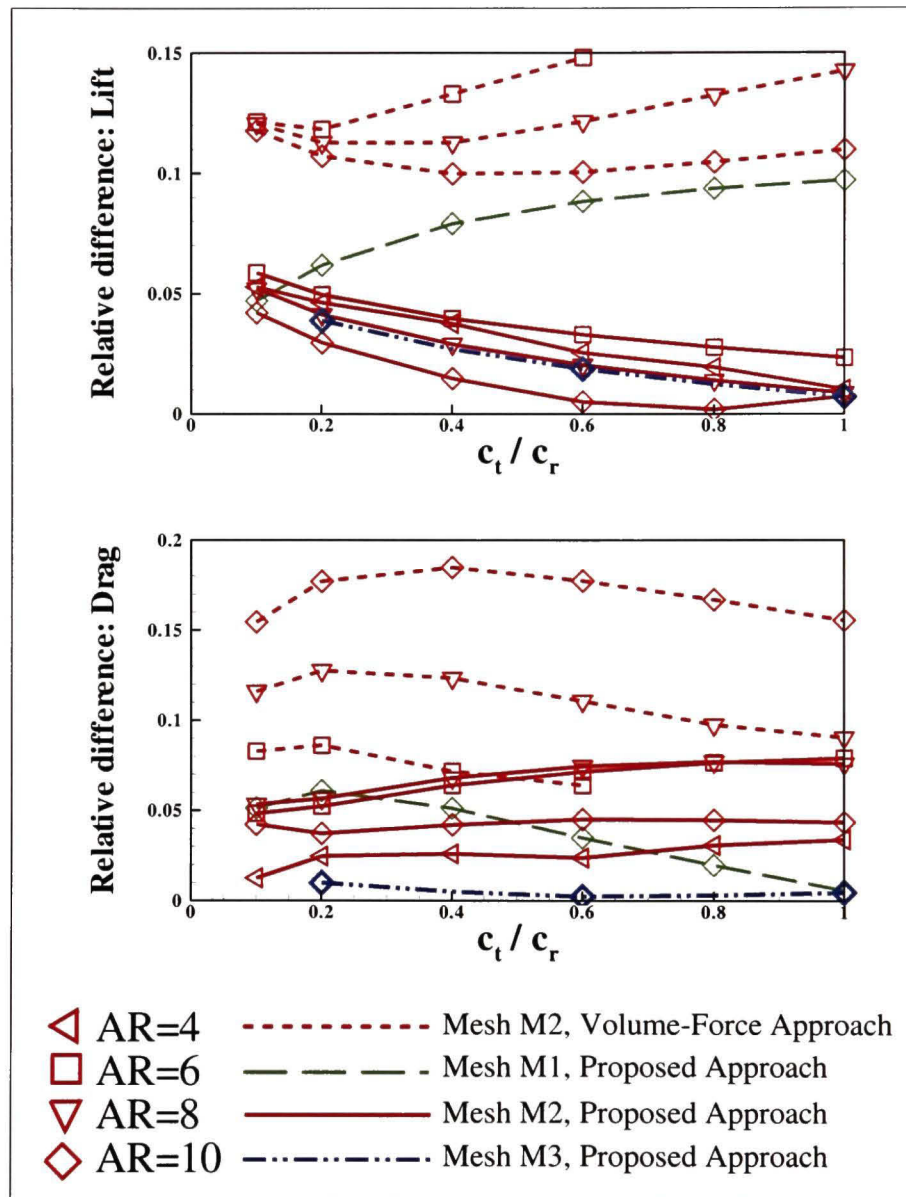


Figure I.17 *Relative performance of the method compared to the Prandtl lifting line.*

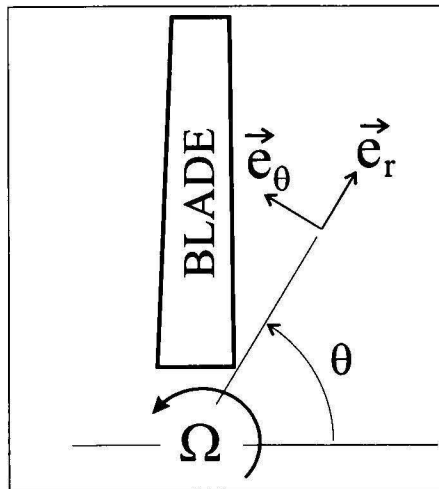


Figure I.18 *Parameters for wind turbine study; the arrow around Ω indicates blade direction of rotation (observer is upstream the blade).*

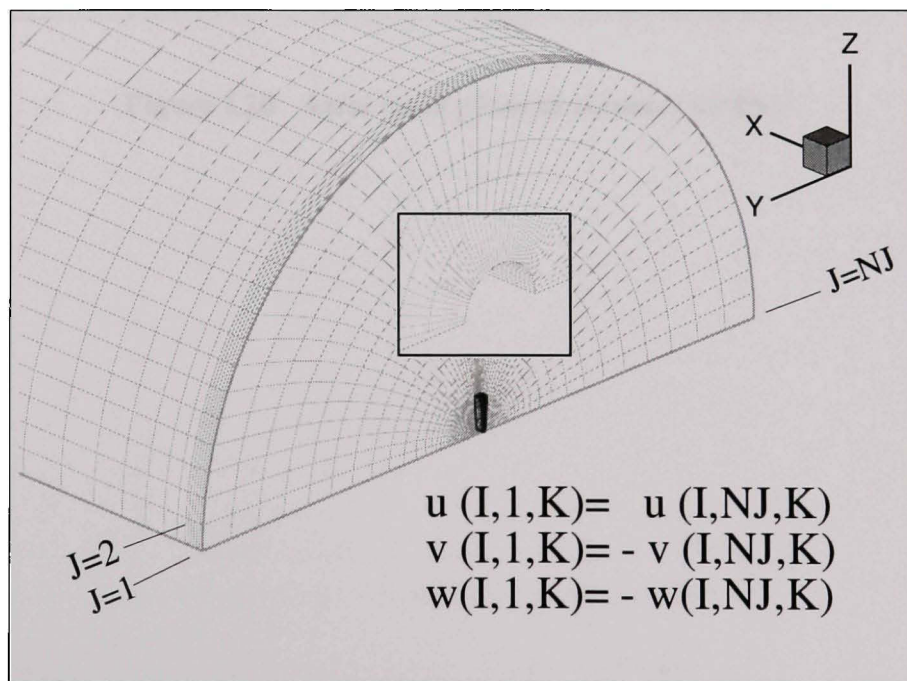


Figure I.19 *Mesh details for the wind turbine case.*

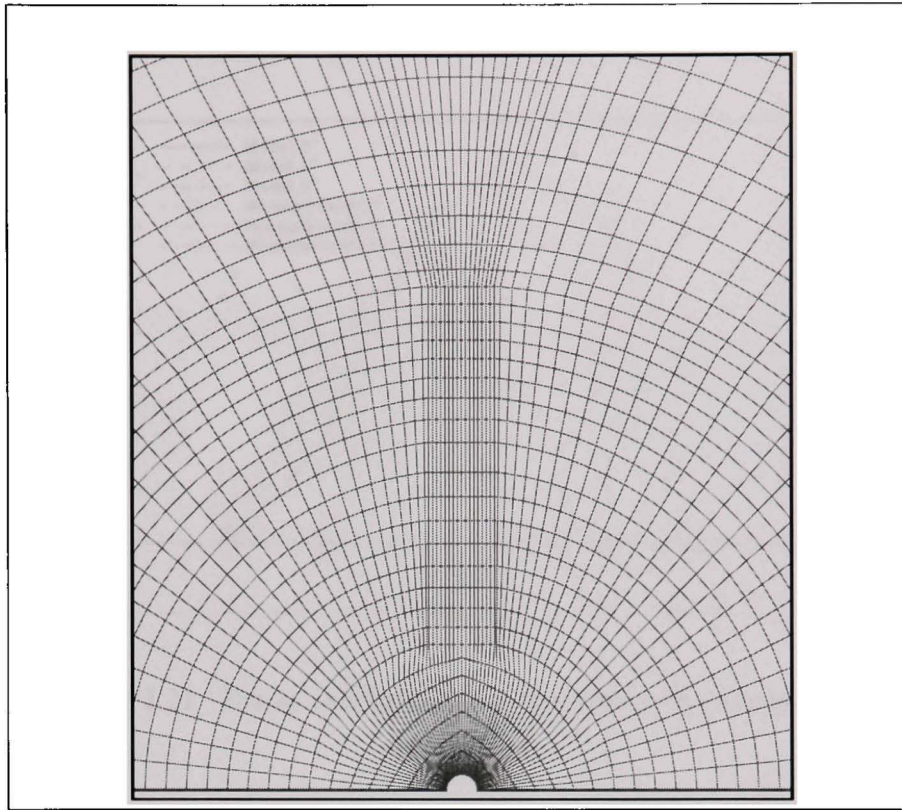


Figure I.20 *Axial mesh plane at actuator surface.*

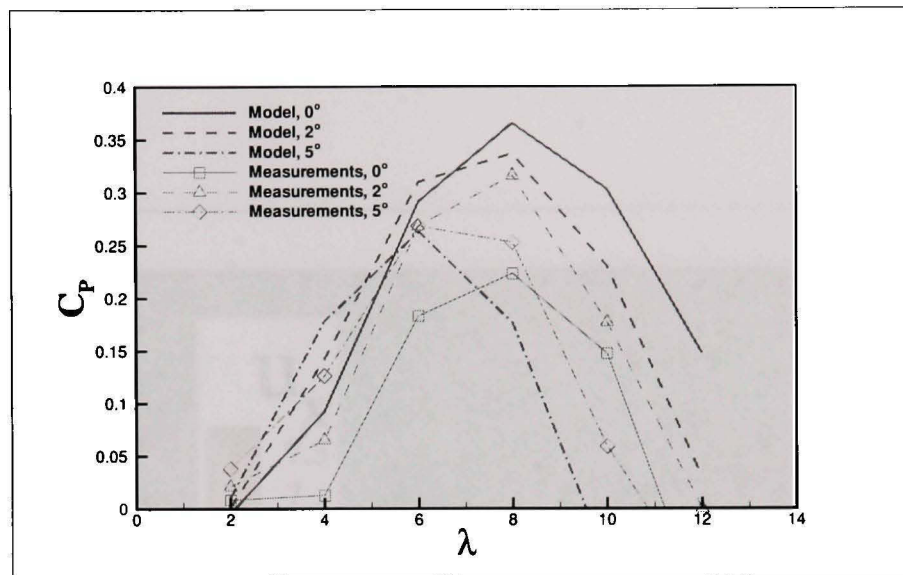


Figure I.21 Power coefficient as a function of tip-speed ratio.

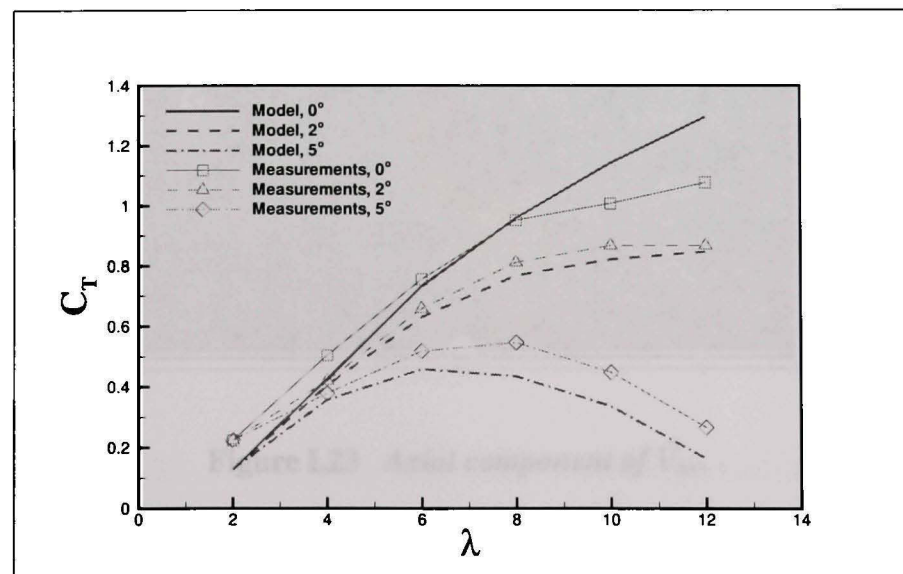


Figure I.22 Thrust coefficient as a function of tip-speed ratio.

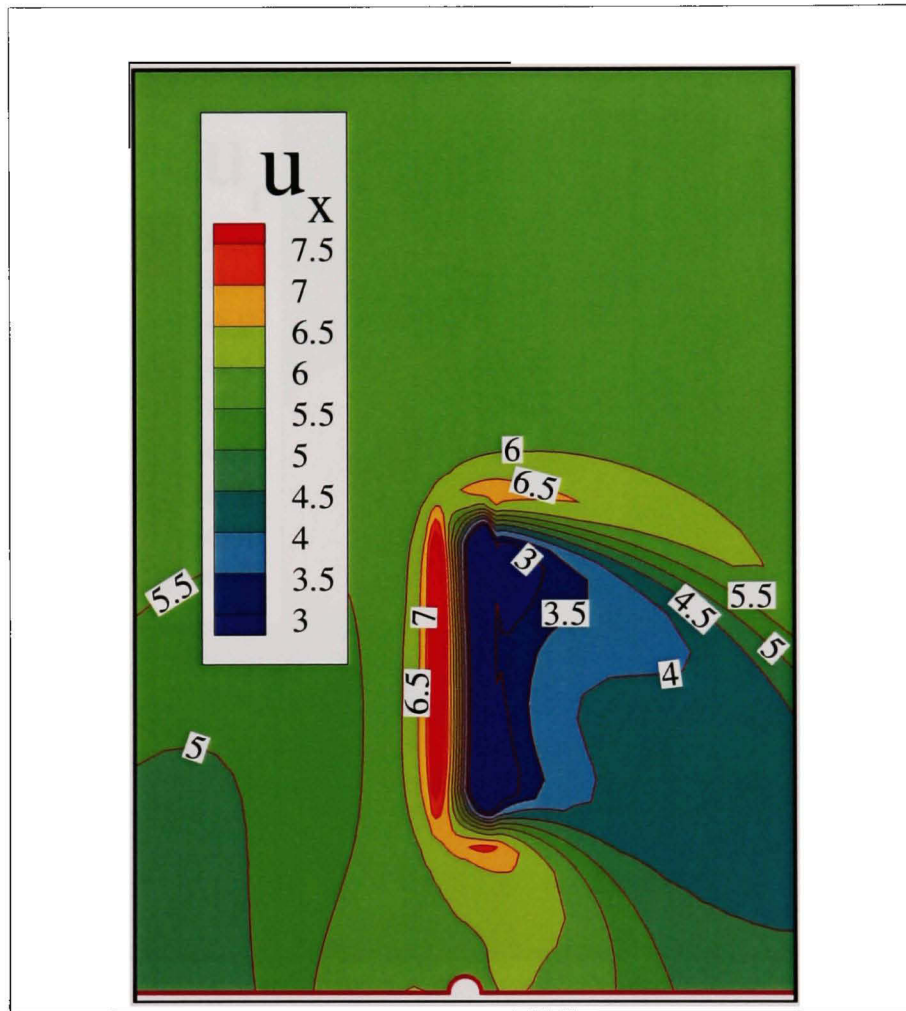


Figure I.23 Axial component of \vec{V}_{nr} .

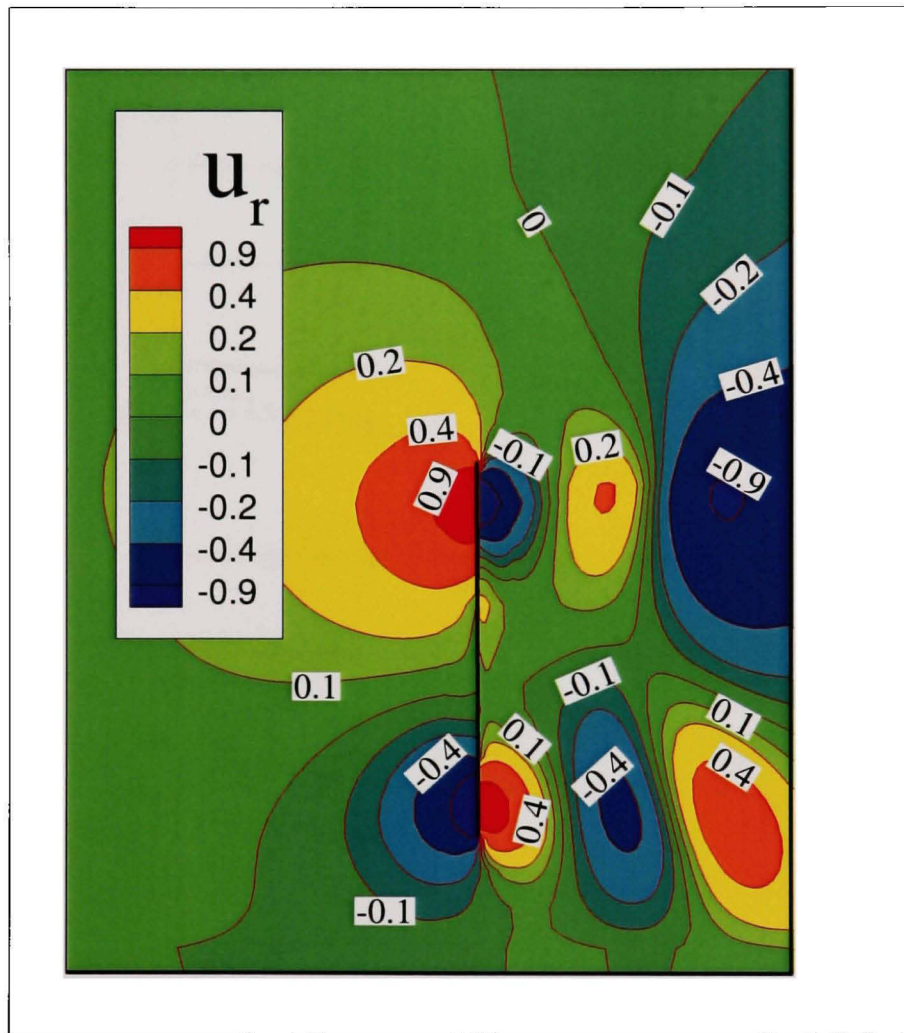


Figure I.24 Radial component of \vec{V}_{nr} , flow is from left to right.

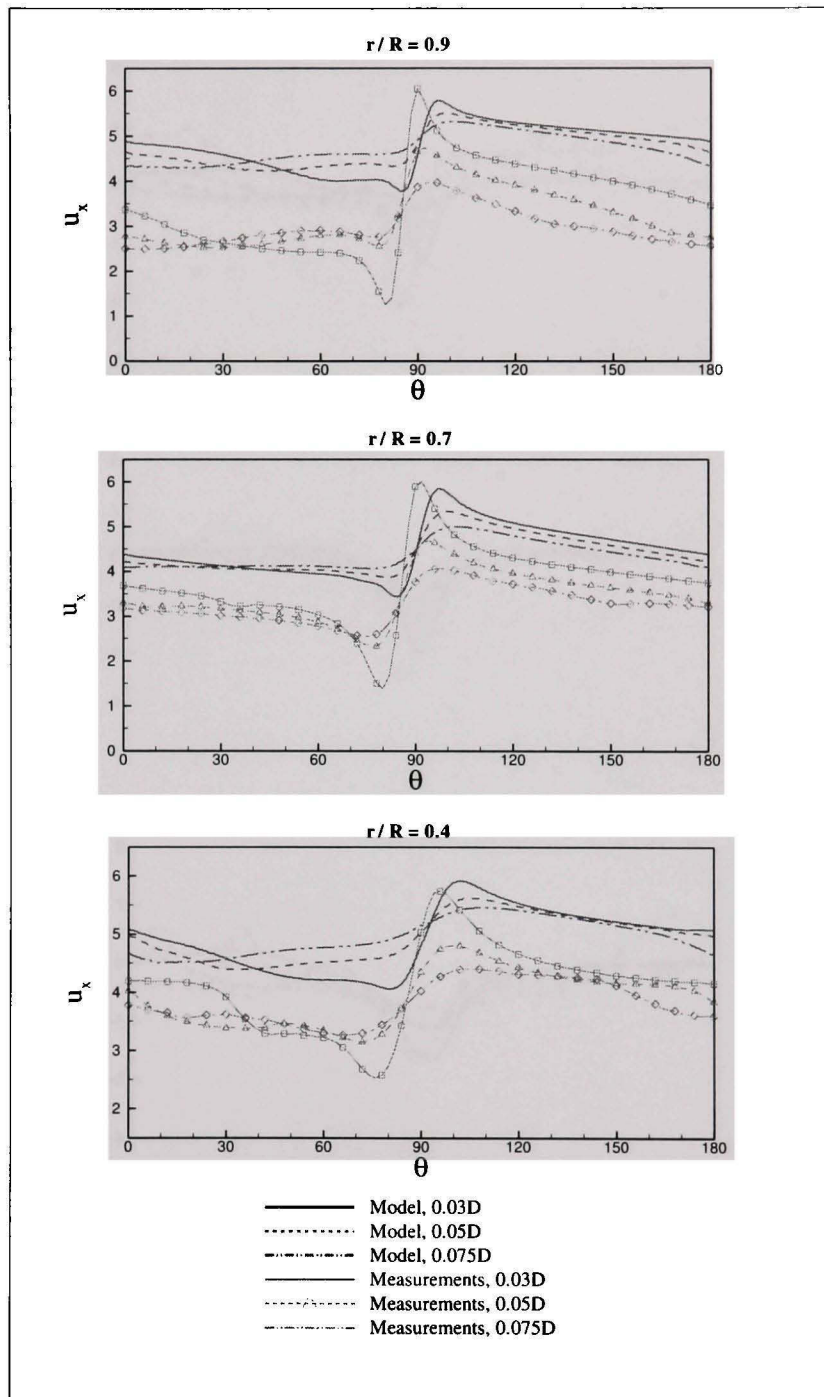


Figure I.25 Axial component of \vec{V}_{nr} as a function of azimuth for different radial locations.

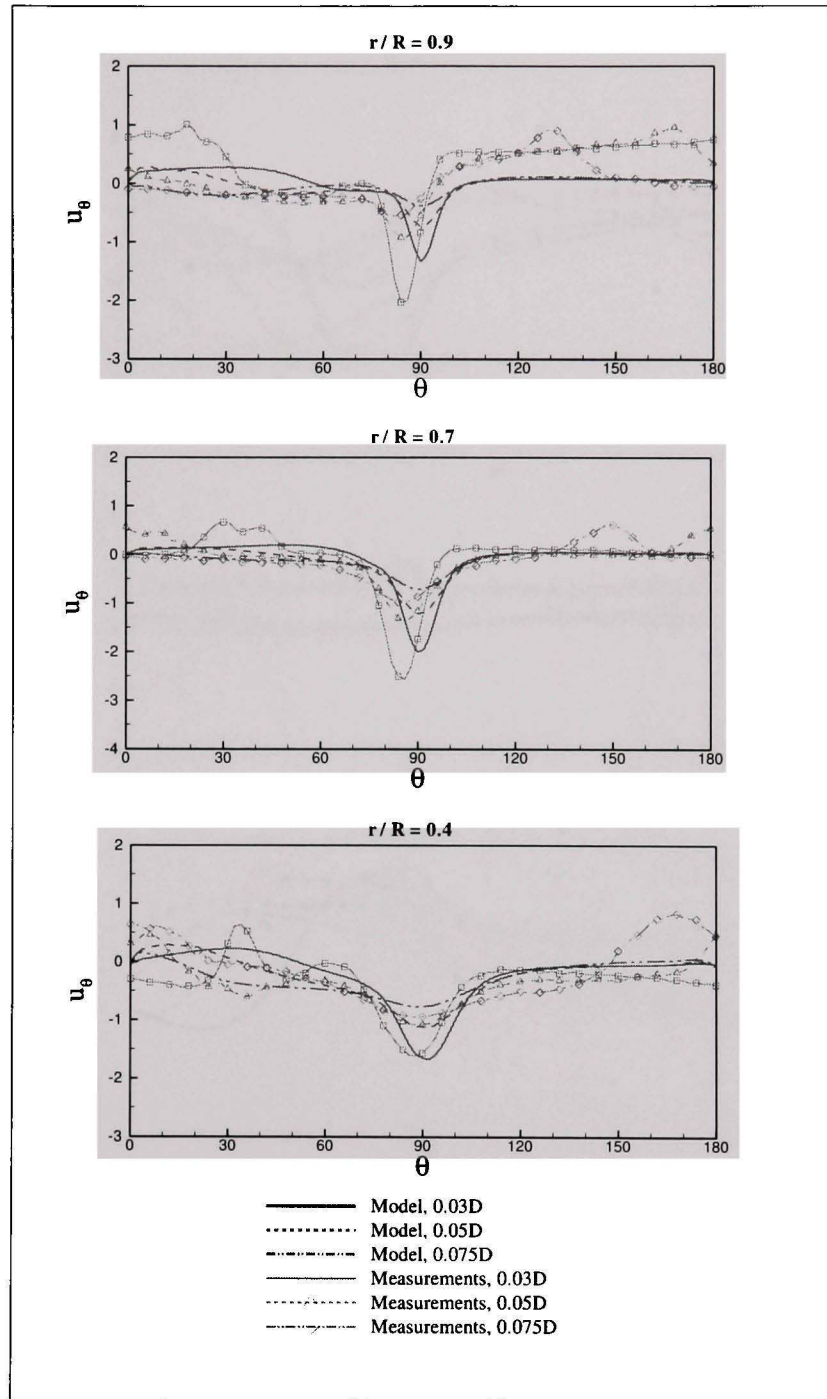


Figure I.26 *Tangential component of \vec{V}_{nr} as a function of azimuth for different radial locations.*

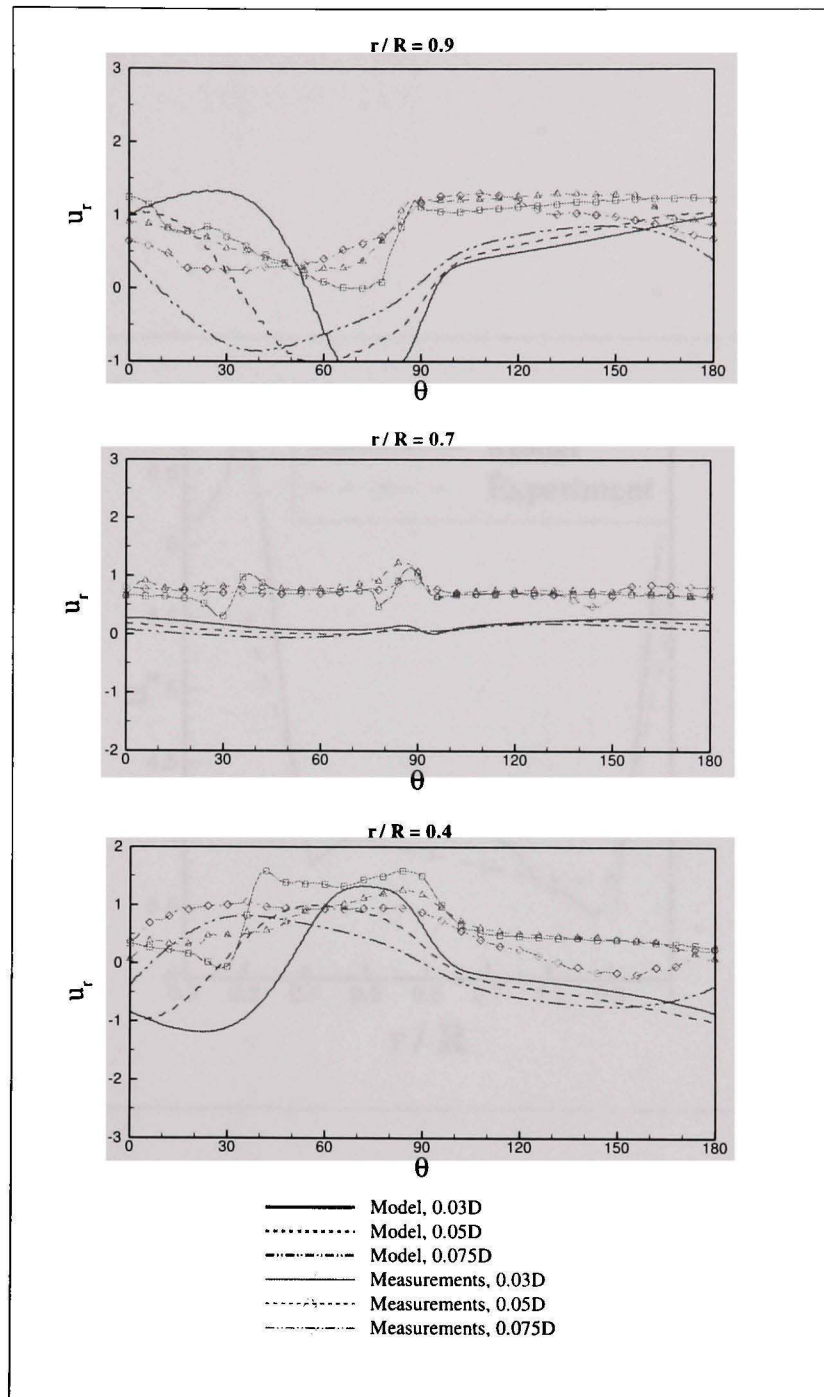


Figure I.27 Radial component of \vec{V}_{nr} as a function of azimuth for different radial locations.

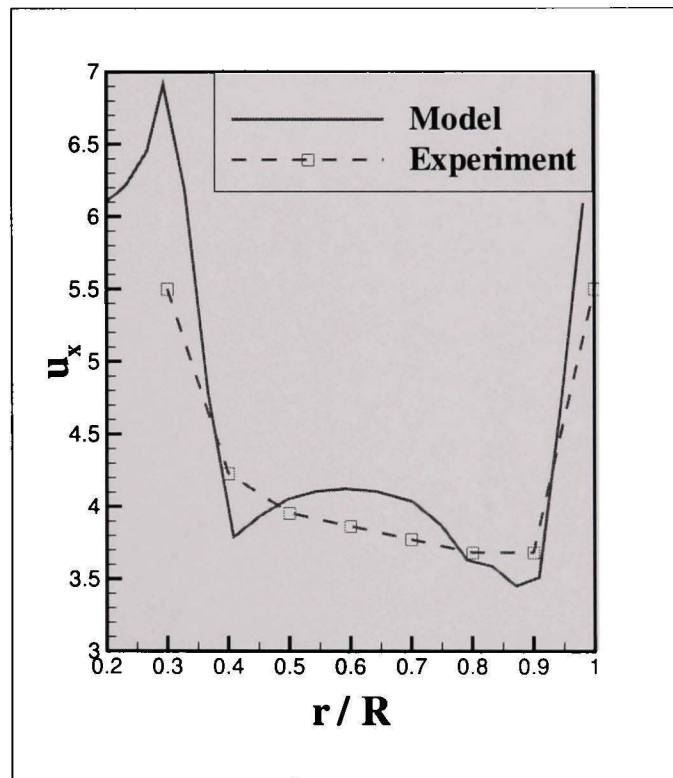


Figure I.28 *Radial distribution of axial velocity at the middle of the blade ($\theta = \pi/2$).*

ANNEXE II

WIND TURBINE PERFORMANCE PREDICTIONS USING A DIFFERENTIAL ACTUATOR-LIFTING DISK MODEL

Cet article a été publié dans le journal *Journal of Solar Energy Engineering* en mai 2005.

II.1 Introduction

The actuator-disk concept has been used for a long time to study propeller and wind turbine aerodynamics, and its analysis now forms part of the classical problems of fluid mechanics. Many workers have provided solutions to this problem [1, 2], though it is only recently that Conway [2] arrived at the full, exact analytical solution to the axisymmetric, non-viscous flow associated with an arbitrarily loaded actuator disk. While Conway's solution is attractive initially, its application is not straightforward for engineers, and is limited to the context of axisymmetric flow.

Despite the numerous assumptions of classical BEM methods (independent annular streamtubes; induced velocity at the actuator disk at half the velocity in the far wake; ignoring conservation of circulation), the ability of classical BEM methods to physically represent the flow properties at the actuator disk has been evaluated recently by Mikkelsen [3] as very satisfactory. Within the context of differential numerical methods, actuator-disk representations have been the subject of several studies: Initiated by Rajagopalan [4], numerous authors [3, 5–7] have used representations based on volume or surface-distributed external forces to represent the effect of the actuator disk on the flow, using either primitive variables or vorticity-stream function [8] formulations for the problem. These methods sometimes suffer from rapid variations in flow properties in the vicinity of the actuator disk due to the inadequate treatment of flow property discontinuities that currently exist at the actuator-disk surface. Leclerc and Masson have recently developed a numerical, control-volume based method to solve the flow in its primitive formulation around a surface carrying velocity discontinuities (similar to a vortex sheet). The predictions of this method for three basic problems: (i) the 2D straight vortex sheet of uniform magnitude; (ii) the actuator disk with uniform loading (where the outer wake shed by the blade tip is the principal engine of the flow); and (iii) the finite wing, have been compared to analytical solutions and have shown remarkable compliance regarding flow structure, lift and induced drag predictions. The principles of this formulation are first reviewed in this article, and then applied to the case of the actuator disk through the analysis of experimental wind turbines.

II.2 Mathematical model

II.2.1 Surfaces of velocity discontinuities - implications

In terms of vorticity, the actuator-disk effect on the flow can be broken down into a set of singular vorticity distributions (vortex sheets or lines), and the flow field is determined solely by this set [2]. Since vortex sheets can equally be modeled as surfaces of velocity discontinuities, it is interesting to study their implications in the context of an Eulerian description of the flow with velocity components u_i and pressure p as dependent properties.

The pressure and velocity fields of an incompressible, inviscid fluid in steady motion are solutions of the Euler equations that may be written in the following integral form, applicable to a fixed control volume V , delimited by an outer surface A :

$$\int_A u_i n_i dA = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\int_A \rho u_j u_i n_i dA = - \int_A p \delta_{ij} n_i dA + F_j \quad (\text{II.2})$$

In these equations, u_i represents the velocity vector; p is the static pressure; n_i is the outward unit vector perpendicular to the elementary control surface dA ; δ_{ij} is the Kronecker delta; ρ is the fluid density and F_j is the sum of all external forces that are applied on the fluid within control volume V .

We now analyze the consequences of a velocity discontinuity distributed along a surface of zero thickness. Let Δu_i be the velocity discontinuity and let n_i be a unit vector, perpendicular to the surface of discontinuity. In the immediate vicinity of the surface, the velocity is $u_i + \Delta u_i$ on the upper side where n_i points out, whereas the velocity is u_i on the lower side (see Fig. II.1).

When mass conservation (Eq.(II.1)) is applied to a control volume intersecting the surface of discontinuity, it automatically transpires that the velocity discontinuity must be tangent to the surface; therefore $\Delta u_i n_i = 0$ and $\rho u_i n_i$ is equal to the mass flow rate crossing the surface of discontinuity per unit area. When momentum conservation (Eq.(II.2)) is applied to the control volume shown delimited by dashed lines in Fig. II.1, to the limit where its thickness becomes null, the following conclusions may be addressed regarding the left term of Eq.(II.2) :

- The component of the net momentum flow rate tangent to the surface of discontinuity leaving the control volume tends toward the value $(\rho u_j n_j) \Delta u_i$;

- The component of the net momentum flow rate normal to the surface of discontinuity becomes null when the thickness of the control volume tends toward zero.

The variation in tangential momentum flow rate must be balanced by one of the two right terms of Eq.(II.2). The pressure term cannot contribute to this balance, since it can only influence the normal component of momentum flow rate. In fact, the only way to balance momentum flow rate is to attach an external force to the surface of discontinuity, with the direction of this force equal to the direction of Δu_i , and its magnitude, per unit area, being $(\rho u_j n_j) \Delta u_i$.

If our aim is to reproduce the characteristics of an inviscid flow, then it is crucial that no work be exerted on the flow from external forces; i.e., it is crucial that the enthalpy flow rate throughout the control volume be zero. In other words, the value of $\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u_i u_i$ must be the same on both sides of the surface discontinuity: the same result could be obtained by applying the Bernoulli relation in the flow that is irrotational everywhere but at the surface discontinuity. Therefore, there must be a pressure discontinuity at the surface. If Δp is taken as the pressure jump and $p + \Delta p$ as the pressure on the upper side where n points outward, then it can be proven from the Bernoulli relation that:

$$\Delta p = -\rho u_{av,i} \Delta u_i \quad (\text{II.3})$$

where $u_{av,i}$ is the mean velocity at the surface of discontinuity, given by:

$$u_{av,i} = \frac{u_i + (u_i + \Delta u_i)}{2} \quad (\text{II.4})$$

To balance for the pressure jump, there must exist an external force attached to the surface, whose direction is given by the unit vector n_i and whose magnitude, per unit area, is Δp .

To summarize the previous results, we may write the following: given a surface of velocity discontinuity, the velocity discontinuity Δu_i is necessarily tangent to the surface, and, provided that no energy is withdrawn from or added to the flow, then a system of force attached to the surface of discontinuity naturally arises and the normal and tangential component of these external forces, per unit area, are given by:

$$f_{n,i} = -\rho (u_{av,j} \Delta u_j) n_i \quad (\text{II.5})$$

$$f_{t,i} = \rho (u_{av,j} n_j) \Delta u_i \quad (\text{II.6})$$

It is interesting to note that the scalar product of $u_{av,i}$ and the force vector $(f_{n,i} + f_{t,i})$ are null, which is another way of showing that the system of force attached to the surface of discontinuity does not exert any work on the flow.

An important assumption in this analysis is that no work shall be exerted on the flow. This assumption is questionable when applying the previous principles to the flow around an actuator disk representing a wind turbine, which is undoubtedly an energy transfer device. This paradox is merely a question of system of reference. A case in point is the finite wing in levelled flight. For the system of reference fixed to the wing, there is no energy exchange between the flow and the wing. However, an inviscid analysis of the same wing from a ground-fixed system of reference shows that a propulsion system is needed to sustain wing movement. Depending on the system of reference, energy considerations are rather different; this is evidently due to the evaluation of kinetic energy flow rates that vary from one reference system to another, since the relative velocities of both flow particles and lifting device also vary. In the case of a wind turbine in an ideal inviscid flow, taking observations from the system of reference rotating at the rotor angular velocity, all airfoil reactions are perpendicular to the relative incoming flow (as in the case of the finite wing) and therefore no exchange of energy takes place. Nevertheless, the wind turbine does transfer energy from the point of view of a ground-fixed system of observation.

II.2.2 Application to wind turbines

For an application to wind turbines, actuator-disk geometry is defined by the blade-swept area, a circular cone having a base radius $R \cos(\gamma)$, where R is the blade length and γ is the coning angle of the blades. Figure II.2 shows a sketch of a typical actuator disk for horizontal-axis wind turbine analysis. On this drawing, the blade coning angle has been exaggerated for clarity. An infinitesimal surface dA is shown together with vectors n_i , a unit vector perpendicular to the surface, pointing inside the cone and t_i , a unit vector tangent to the surface, pointing in the azimuthal direction.

The distributed velocity discontinuity on the actuator-disk surface can be broken down into tangential and radial components, $\Delta u_{\tilde{r}}$ and Δu_t respectively, where \tilde{r} is the direction of the line joining the surface dA to the centre of the cone. In the analytical solution proposed by Conway (1998) for the axisymmetric actuator disk, it is stressed that the radial component $\Delta u_{\tilde{r}}$ is null for propellers with blades that can be represented as straight lifting lines, while it might be non null for swept-back or S-shaped blades, which is obviously not the case for wind turbines. Therefore, as a first approximation, the actuator-disk representation of a wind turbine is a surface of azimuthal velocity discontinuity only. In agreement with the conservation of vorticity flux, the discontinuity in azimuthal velocity results in the creation of an axial vorticity discontinuity equal to $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Delta u_t)$, where r is the radius measured at the position of surface dA in a cylindrical system. This addition to axial vorticity corresponds to the trailing vorticity of the actuator disk; it does not, however, correspond to the shed vorticity due to the finite number of blades. When applied to the case of a rotor with a finite number of blades, the actuator-disk analogy solves the flow around a rotor of identical solidity, but with an infinite number of blades. At the limit where the number

of blades tends to infinity, the aspect ratio of each blade also tends towards infinity and the sum of each blade contribution to induced drag becomes negligible. This deviation of the actuator-disk influence on the flow with respect to the real influence of the rotating finite blades of a wind turbine can be compensated via the introduction of tip-loss factors, such as the Prandtl factor [9]. In this article, no explicit treatment has been undertaken of the vortical structure shed by the blades. However, a possible treatment of this structure, coherent with the proposed method (using velocity discontinuities), has been investigated and is discussed below. This treatment consists in imposing radial velocity discontinuities along rotor-shaped-like surfaces distributed at regular intervals downwind of the rotor to infinity. Figure II.3 illustrates this method, which takes its root in the Prandtl's cornerstone tip-loss factor derivation [9]. The gap between neighbouring surfaces of radial velocity discontinuities may be set equal to $U_\infty T/B$, where T is the time period for a full rotation of the rotor and B is the number of blades. The distribution of radial velocity discontinuities is identical for all downstream surfaces, and the discontinuity amplitude is derived from kinetic conditions at the rotor surface, provided that the vorticity vector due to the velocity discontinuities at the rotor surface is perpendicular to the relative flow. Some preliminary results have been obtained with this model, but will these be reserved for future presentations. In this article, we will limit the extent of our model to the case of an ideal actuator-disk representation.

II.2.3 Blade-element theory

Blade-element theory implies that the local forces exerted on the blades by the flow are dependent only on the local airfoil aerodynamic properties and relative fluid velocity. Despite this assumption, it is a very commonly used approach in the evaluation of wind turbine performance, and will therefore be used in the present approach for the determination of Δu_t . Given that the rotor of a wind turbine is composed of B blades of length R having a rotational velocity Ω . The blade chord c and its twist angle β can vary radially. Figure II.4a shows a representation of the rotor for a given azimuthal position. The lift force L (per unit length of the blade) and the associated local circulation Γ at a given radial position are presented in Fig. II.4b. The fluid velocity relative to the blade V_{rel} is broken down, in the plane of the section, into a normal component U_n and a tangential component U_t , which are functions of the rotational velocity Ω and the fluid velocity components u_i . From 2-D airfoil theory, one can write:

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 C_L c \quad (\text{II.7})$$

$C_L = C_L(\alpha)$ being the lift coefficient of the blade and

$$V_{rel} = \sqrt{U_n^2 + U_t^2} \quad (\text{II.8})$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{U_n}{U_t} \right) - \beta \quad (\text{II.9})$$

$$U_n = u_n \quad (\text{II.10})$$

$$U_t = r\Omega - \left(u_t + \frac{\Delta u_t}{2} \right) \quad (\text{II.11})$$

In these last two equations, u_n and u_t are the components of velocity measured along the n and θ axis in a ground-fixed system of reference. In the calculation of angle of attack, the incoming free stream is taken to be the average velocity between the upstream and downstream sides of the actuator disk, which explains the introduction of the term $\frac{\Delta u_t}{2}$ in the definition of U_t . If Γ is given as the circulation of velocity around the airfoil, from the Kutta-Jukowski law, one can also write:

$$L = \rho V_{rel} \Gamma \quad (\text{II.12})$$

Combining Eq.(II.7) with Eq.(II.12), Γ may be rewritten as:

$$\Gamma = \frac{1}{2} c V_{rel} C_L \quad (\text{II.13})$$

Since there are B blades attached to the rotor, at a given radial position the total circulation the actuator disk needs to reproduce is $-B\Gamma$. At a specified radius, however, the total circulation raised by the actuator disk is equal to $2\pi r \Delta u_t$; therefore:

$$\Delta u_t = -\frac{B\Gamma}{2\pi r} \quad (\text{II.14})$$

$$\Delta u_t = -Bc/(4\pi r) V_{rel} C_L \quad (\text{II.15})$$

In the latter equation, the local solidity term Bc/r appears. Since the ideal rotor with infinite number of blades modeled by the actuator disk analogy would have the same solidity as the actual rotor with a finite number of blades, the latter equation proves that both rotors would also have identical tangential velocity discontinuities. The Δu_t term is directly linked to the lifting interaction between flow and rotor. For a single rotating propeller, there must exist a discontinuity Δu_t . For the more complex case of contra-rotating propellers, this term would be cancelled out by the opposite actions of the rotors, as pointed out by Conway [2]. In the system of reference rotating at angular velocity Ω , as was discussed in section 2.1, no exchange of energy shall occur between the wind turbine and the flow; Eqs.(II.5) and (II.6) can therefore be used to derive the set of forces associated with the actuator disk. The following pressure jump and tangential force per unit area representing the actuator disk influence on the flow are given by the following expressions:

$$\Delta p = \rho U_t \Delta u_t \quad (\text{II.16})$$

$$f_t = \rho U_n \Delta u_t \quad (\text{II.17})$$

The calculation of power output from the set of forces of the actuator disk is expected to be close to actual power outputs only when viscous and induced drag forces are negligible compared to lift forces for the whole blade. However, this is rarely the case for the whole range of operation for wind turbines, especially for stall-controlled wind turbines operating in strong winds. An easy way to compute viscous drag is to perform the same local analysis of the blade using blade-element theory and introducing the drag per unit length of the blade:

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 C_{Dc}. \quad (\text{II.18})$$

The evaluation of C_L and C_D coefficients is crucial and is still the subject of advanced research [10]. In this work, values of coefficients are taken from static wind tunnel experiments on 2D airfoils. The value of mechanical power can be estimated from the integration of the torque produced by the tangential force of the B blades:

$$P = \int_0^R \left(\frac{B \rho V_{rel} c}{2} (U_n C_L - U_t C_D) \Omega r \right) dr \quad (\text{II.19})$$

II.3 Numerical method

To solve the axisymmetrical mathematical formulation, the chosen numerical method is a Control-Volume, Finite-Element Method (CVFEM) based on the primitive-variable, co-located, equal-order formulation described by Masson et al. [11]. In this method, the domain of resolution of the flow is broken down into control volumes (CVs) centred on nodes where velocity and pressure are unknowns. The CV limits are defined by the medians of triangular elements whose vertices are the CV node and two neighbouring nodes. This is presented in Fig. II.5, where the CV node is located on the actuator disk, represented by the dashed vertical line. The CV area is divided into two parts exhibiting the two sides of the actuator disk. Algebraic equations involving all node unknowns are built using mass and momentum conservation equations for each CV, by evaluating either mass or momentum flux at the CV frontier and the pressure or external forces acting on the CV. At each segment of the CV contour, mass fluxes are evaluated based on information from the CV node and its neighbours, and momentum fluxes are calculated as the product of mass fluxes and the mean segment value for the velocity, which is determined via an upwind scheme [11].

The imposition of velocity discontinuities leads to the following necessary adaptations in the numerical method for CVs intersecting the actuator disk:

- lateral mass fluxes need to account for velocity discontinuity;
- pressure contribution to momentum balance needs to account for pressure jump;
- momentum balance must account for tangential component of force.

Since the method used is colocated, and providing that the nodes lie on the actuator-disk surface, these requirements are quite straightforward to implement:

- The control volume is divided into halves, and for the downwind part, the node has its properties of velocity and pressure augmented by the corresponding discontinuity;
- Since all pressure contributions to momentum are calculated using the pressure gradient within each triangular element joining three nodes, assuming linear distribution of pressure, no additional term needs to be implemented in the momentum equations built for CVs centred on actuator-disk nodes;
- The total tangential force F_t exerted on the CV is calculated writing $F_t = \dot{m}_{CV} \Delta u_t$, \dot{m}_{CV} being the mass flux going through the area delimited by the intersection of the actuator-disk surface and the CV. This mass flux is obtained from the sum of all mass fluxes crossing the upwind (or downwind) half frontier of the CV, thereby respecting the CVFEM principles of construction of a mass conserving velocity field. (see Fig. II.5 illustrating this principle).

II.4 Results

The numerical solution to the axisymmetrical actuator-disk problem under investigation is obtained, for each analysis below, using a rectangular $x - r$ cross section of the domain and a structured grid, with higher node population density set close to the actuator disk. Grid-independent solutions have been achieved with a computational domain of 25 x 6 rotor diameters and a 103 x 70 grid. The turbine is located 9 diameters downstream from the inlet boundary, and 18 points are used to discretize the actuator-disk surface. Figure II.6 presents the grid and the actuator-disk position. All calculations presented in this paper have been performed using a standard air density of 1.225 kg/m^3 .

II.4.1 Power performances

The power performances of three experimental rotors tested by NREL during phases II, IV and VI of its intense test program, as well as the power of the 2 MW Tjaereborg wind turbine are presented in Fig. II.7 to II.10. Details on geometry and airfoil distribution for the turbine blades can be found in the work of Hand et al. [12], Sorensen and Kock [13], and Butterfield et al. [14]. The influence of blade pitch angle has been studied and is presented in addition to predictions reproducing experimental conditions. For the NREL rotors, the pitch angle used in the experiments are 12 and 2.4 degrees for phases II and IV, respectively. Phase VI's experimental results are those of the "blind comparison" in which the international community was invited to participate by NREL. Generally, numerical calculations adequately predict power output for low wind velocities, but poorly for higher winds. This phenomenon is a common feature of blade-element actuator-disk-based methods, which cannot account for stall delay effects without appropriate modeling. Pitch variation is shown to have a strong influence on power outputs in the stall regime of the wind turbine, by delaying or advancing the stall of the blade. The stall is predicted to happen at higher power outputs, when blade pitch augments towards feather; this is to be expected, since the turbine operates most efficiently in flows with higher kinetic energy. It is interesting to note that on the three test turbines of NREL, blade pitch increase induces lower power outputs at low wind velocities. The Tjaereborg wind turbine constitutes an exception in the range studied.

Though a clear physical picture of the phenomenon is still lacking, it is a measured fact that lift and drag coefficient values for some sections of a rotating blade show good agreement with wind tunnel two-dimensional experiments only at low angles of attack (see Chaviaropoulos and Hansen [15] or Snel et al. [16]). At the inner part of the rotor, stall is delayed, with the implication that lift can be sustained at higher levels of windspeeds, leading to post-stall power outputs that are significantly higher than those predicted using the two-dimensional static data. Recent studies have attempted to model these three-dimensional effects. Here, we present results obtained using the model proposed by Du & Selig [18] that calculates an increment ΔC_L to the two-dimensional static lift coefficient based on an analytical development of the three-dimensional integral boundary layer equations, together with a model for separation that accounts for the effects of rotation. Using the recommendations made by Laino & Hansen [17], a drag coefficient increment is calculated (in opposition to the original contribution of Du & Selig [18], who modeled a drag decrease), based on the assumption of Eggers & Chaney [19] that normal and tangential coefficients with respect to the chord of the airfoil vary according to $\Delta C_t = 0.12\Delta C_n$. Fig. II.11 to II.14 present comparisons of power curves for the four wind turbines under study. These comparisons were obtained either using two-dimensional static C_L and C_D coefficients or using modelization of stall-delay effects. The pitch angles of the blades used in the computation correspond to the pitch angles of power output measurements also shown in Figs. II.11 to II.14. For every rotor under analysis, the predicted power curves

reach a higher maximum power level at a higher wind velocity when stall-delay effects are taken into account; this is closer to the experimental maximum power output of the generator. All numerical predictions also exhibit strong power decreases after maximum is reached. This rapid fall in power finds its origin in the rapid variation of lift and drag coefficients at stall, as inputted by the two-dimensional experimental lift and drag variations with angle of attack. Gerber et al. citeGerber04 observed that the measured three-dimensional variations of lift and drag during stall as a function of local angle of attack occur at a slow rate that cannot be reproduced by stall-delay corrections to two-dimensional static C_L and C_D . The predicted recovery in power output after stall is linked to the values of lift and drag in the deep stall. In this last region of operation, neither two-dimensional static data nor stall-delay corrections seem appropriate, and the predicted levels of power are generally too high when compared to measurements.

II.4.2 Comparison with the actuator disk / external force approach

The approach used in this study for analyzing the actuator disk is based on the imposition of velocity discontinuities at its surface, with the resulting set of external forces acting on the flow. The solution to the actuator-disk problem can equally be brought out by determining the system of forces using blade-element theory and the local flow properties. To be physically coherent, however, such an approach should include velocity and pressure discontinuities at the actuator-disk surface. The consequences of a method that would set pressure to be continuous across the actuator-disk surface are spurious numerics and grid-dependent oscillations of flow properties in the vicinity of the actuator disk. This is clearly demonstrated in Fig. II.15, which compares the axial component of velocity and the pressure variations found across the actuator disk, using (on the left) a method that does not account for discontinuities and (on the right) the proposed method. Both simulations are performed for the Tjaereborg turbine with a freestream velocity of 15 m/s, and axial variations of flow characteristics are represented at six different radial positions ($r = 20, 22, 24, 26, 28$ and 30m). For the solution based on a continuous flow across the actuator disk, it has been observed that mesh refinement increases the pressure gradient in the vicinity of the disk, and the rapid fluctuations of the axial component of velocity are still present and important. The origins of these fluctuations may be found in the representation of the actuator disk as a surface of zero thickness, with the consequence that its influence is concentrated in the control volumes of the nodes lying on the disk surface. Another approach could have been used, where a thickness would have been specified for the actuator disk, and therefore a smoother distribution of force could have been imposed. Such an approach should, however, prove that, to the limit where the actuator thickness tends to zero, the flow field solved is the same as the flow field solved by the proposed method.

To ensure a reliable solution, it is therefore necessary, at the very least to treat the pressure discontinuities adequately. In this section, we will study the implications related to the absence of an explicit treatment of velocity discontinuities on the flow solution. The set of external forces per unit area of the actuator surface exerted by the actuator on the flow is derived by the projection of period-averaged lift and drag forces onto the n, t axis [Masson and Leclerc (1998)]:

$$f_n = -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_t C_L + U_n C_D] \quad (\text{II.20})$$

$$f_t = -\frac{B}{2\pi r} \frac{\rho V_{rel} c}{2} [U_n C_L - U_t C_D] \quad (\text{II.21})$$

The sole effect of normal component f_n on the flow is to induce a pressure jump at the actuator disk. This method will be referred to as the actuator disk / external force approach in this paper. Recalculations of power curves for the four wind turbines studied have been repeated using the same numerical method, but pressure jump is given by Eq.(II.20) instead of Eq.(II.17), tangential force f_t is given by Eq.(II.21) instead of Eq.(II.17), and no velocity discontinuity is considered. Comparing the expressions of f_n and f_t found by the actuator disk / external force approach with their expressions found by the proposed actuator-lifting disk approach, it is interesting to note that the sole differences lie in the introduction of the drag term in both f_n and f_t terms. In other words, Eqs.(II.17) and (II.17) are deduced from Eqs.(II.20) and (II.21), when C_D is set to zero. The absence of drag component in the force expressions (II.17) and (II.17) of the actuator lifting disk approach is related to the basis of this approach, i.e. inviscid flow and lifting surfaces. On the other hand, the actuator disk / external force approach implies that blade drag can influence the induced velocity distribution, as do most BEM formulations generally. Regardless of the physical justifications on whether drag should be included in the equations for the flow solution, it is interesting to study the differences between the solutions brought out by the two approaches. The relative differences between predicted power outputs using the actuator disk / external force approach compared to the proposed actuator-lifting disk approach are given in Fig. II.16. The relative differences are stronger at high wind velocities, and they are more dramatic for NREL phase IV and VI rotors. In the stall region of all wind turbines, the relative difference between power output predictions is the highest, and is close to 5% on average.

To investigate the differences between the proposed actuator-lifting disk approach and the actuator disk / external force approach in more details, the flow fields found with the two methods are compared in Figs. II.17 to II.19 for the NREL phase IV wind turbine placed in a uniform inflow $U_\infty = 10 \text{ m/s}$. In these drawings, the origin $x = 0$ and $r = 0$ is located at the rotor center.

Figure II.17 presents the induced velocity u_x/U_∞ axial variation for four radial positions. Symbols are used to identify the radial positions, while solid and dashed lines are used to identify whether the results were obtained using the actuator disk / external force or the

proposed actuator-lifting disk approach. For the two methods, at a given radial position, induced velocities are seen to decrease axially to converge (for $x/R \geq 20$) towards a constant value. For a given streamtube, a result of classical streamtube analysis is that induced velocity at the rotor disk is equal to the average of the wake induced and the freestream velocities. For the lift-providing sections of the blade ($r/R \geq 0.2$), the rotor-disk induced velocity has been verified to be equal to this average along streamlines within 5% for the two methods employed. Mikkelsen [3] found similar results comparing his results to a typical BEM method. The greatest differences between the two predictions of axial-induced velocities are observed along the inner half of the blades ($r \leq R/2$). At the rotor disk, the maximum relative differences range below 3% for $r < R/2$, while they decrease to 1% for $r \geq R/2$. Although this relative variation might appear negligible, within the context of classical streamtube analysis, it is possible to perform a sensitivity analysis in order to study the effect of an axial induced velocity variation on both the thrust and extracted power for a section of the actuator-disk surface: the relative variations of thrust and power can be proven to be more than five times the relative variation of the induced velocity.

Differences in axial-induced velocity predictions are indeed related to the set of external forces acting at the actuator-disk surface, as shown by Fig. II.18, which presents the radial distributions of normal and tangential components f_n and f_t , per unit area. In the velocity discontinuity approach, the definition of the set of external forces acting on the flow does not account for the drag. Consequently, Fig. II.18 shows that the most significant differences of the forces' amplitude happen along the first half of the blade, where drag is more important. This fact correlates with the previous observation that the axial-induced velocity predictions of the two methods differed mainly in the inner half region of the rotor. Since drag does, however, appear in the calculation of the power in the velocity discontinuity approach (See Eq.(II.19)), power outputs calculated using the two approaches are different (as presented in Fig. II.16) because the induced velocities used to derive blade torque are different.

Lastly, Fig. II.19 presents predictions for the tangential velocity component u_t . These results are presented at three different axial stations. For both methods, the radial distribution of component u_t is almost independent of the axial position x . The strong gap between the two predictions for u_t is directly related to the difference between f_t expressions. To demonstrate this assertion, a computation was performed using the actuator disk / external force approach, but with no consideration of drag (in Eqs.(II.20) and (II.21), C_D is set equal to 0). The results of this computation are also shown in Fig. II.19. The close agreement between these last predictions and the predictions of the proposed method based on velocity discontinuities is evident. This result is perplexing: how can a method based on actuator disk / external force approach and on a continuous flow field through the actuator disk be generating vorticity or, in other words, circulation around a rotor section? The same behaviour has already been observed by the authors when predicting the flow around

a finite wing with a actuator disk / external force approach. In such simulations, the finite wing is simply represented as a surface of pressure discontinuity and numerical predictions show a creation of trailing vortices that are very comparable to the vortices predicted by the velocity discontinuity method. However, the actuator disk / external force approach applied to the finite wing is clearly unable to predict the induced drag, since all external forces are perpendicular to the surface. This limitation of the actuator disk / external force approach is the heart of the problem addressed by this paper. Regarding the capacity of the actuator disk / external force approach for generating vortical structure, a possible answer lies in the numerical scheme that is employed to solve the flow: although the conservation laws for momentum are locally violated at the CVs centred on the actuator disk, the downstream CVs' momentum balances are physically correct, and therefore the correct patterns for the flow are exhibited.

II.5 Conclusion

In compliance with Conway's analysis (1998) of the axisymmetric actuator disk immersed in steady non-viscous flow, a numerical method has been developed to solve the flow around an actuator disk of arbitrary loading. This method is based on the imposition of azimuthal velocity discontinuities to model flow perturbation due to the existence of vortical structures. This numerical method has been applied to four wind turbines: NREL phases II, IV and VI rotors, and the Tjaereborg rotor. The results are satisfying up to peak power, when corrections for stall delay phenomena are introduced. The results produced by the proposed actuator-lifting disk method have also been compared with the results of a previous method, developed by the same authors, in which the velocity field is not allowed to be discontinuous and the actuator disk is analyzed as a source of external forces only. In the stall regime of the turbine, the relative differences in power output between the two methods have been evaluated to be 5% on the average. Further research will include the development of an actuator-lifting line model, where wind turbine aerodynamics will be modelled by solving the flow around infinitely thin actuator-like surfaces representating blades. It is hoped that this method will help to simulate the influence of a finite number of blades, notably through the introduction of induced drag and induced angle of attack.

References

- [1] Van Kuik, G. (1991), On the limitations of Froude's actuator disk concept. Ph.D. thesis, Technical University of Eindhoven.
- [2] Conway, J. (1998), *Exact actuator disk solutions for non-uniform heavy loading and slipstream contraction*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 365:pp. 235–267.
- [3] Mikkelsen, R. (2003), Actuator Disc Methods Applied to Wind Turbines. Ph.D. thesis, Technical University of Denmark.
- [4] Rajagopalan, R. and Fanucci, J. (1985), *Finite difference model of vertical axis wind turbines*. J. Propulsion and Power, vol. 1, 6:pp. 432–436.
- [5] Masson, C., Ammara, I., and Paraschivoiu, I. (1997), *An aerodynamic method for the analysis of isolated horizontal-axis wind turbines*. Int. J. Rotating Mach., vol. 3:pp. 21–32.
- [6] Madsen, H. (1992), The Actuator Cylinder a Flow Model for Vertical Axis Wind Turbines. Ph.D. thesis, Aalborg University Centre, DK.
- [7] Snel, H. and Schepers, J.G. (1994), *Joint investigation of dynamic inflow effects and implementation of an engineering method*. Tech. Rep. ECN-C-94-107, Netherlands Energy Research Foundation.
- [8] Sørensen, J. and Myken, A. (1992), *Unsteady actuator disk model for horizontal axis wind turbines*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 39:pp. 139–149.
- [9] Prandtl, L. (1919), *Annex of Betz's article entitled: Schraubenpropeller mit geringstem energieverlust*. Kgl. Ges. d. Wiss. Nachrichten Math.-phys. Klasse.
- [10] Leishman, J.G. (2002), *Challenges in modeling the unsteady aerodynamics of wind turbines*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (2002-0037).
- [11] Masson, C., Saabas, H., and Baliga, B. (1994), *Co-located equal order control volume finite element method for two-dimensional axisymmetric incompressible fluid flow*. Int. J. Numer. Methods in Fluids, vol. 18:pp. 1–26.
- [12] Hand, M., Simms, D., Fingersh, L., Jager, D., Cotrell, J., Schreck, S., and Larwood, S. (2001), *Unsteady aerodynamics experiment Phase VI: wind tunnel test configurations and available data campaigns*. Tech. Rep. TP-500-29955, National Renewable

Energy Laboratory.

- [13] Sørensen, J. and Kock, C. (1995), *A model for unsteady rotor aerodynamics*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 58:pp. 259–275.
- [14] Butterfield, C.P., Musial, W.P., Scott, G.N., and Simms, D. (1992), *NREL Combined Experiment final report phase II*. Tech. Rep. NREL/TP-442-4802, National Renewable Energy Laboratory.
- [15] Chaviaropoulos, P. and Hansen, M. (2000), *Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3D Navier-Stokes solver*. Journal of Fluids Engineering, vol. 122:pp. 330–336.
- [16] Snel, H., Houwink, R., Bosschers, J., Piers, W., and Bruining, A. (1993), *Sectional predictions of 3D effects for stalled flows on rotating blades and comparisons with measurements*. In Proceedings of the EWEC conference, pp. 395–399.
- [17] Laino, D. and Hansen, A. (2004), *Current efforts toward improved aerodynamic modeling using the aerodyn subroutines*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (2004-0826), pp. 329–338.
- [18] Du, Z. and Selig, M. (1998), *A 3-D stall-delay model for horizontal axis wind turbine performance prediction*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA 98-0021).
- [19] Eggers, A. and Chaney, K. (2004), *Approximate modeling of deep stall effects on yawed rotor loads*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (2004-0664), pp. 271–280.

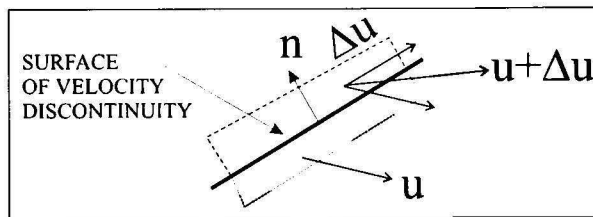


Figure II.1 *Vortex sheet section.*

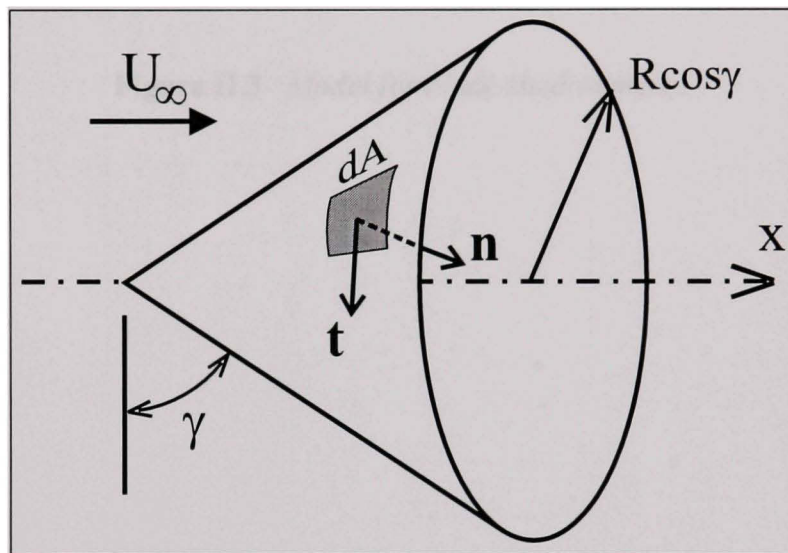


Figure II.2 *Actuator disk.*

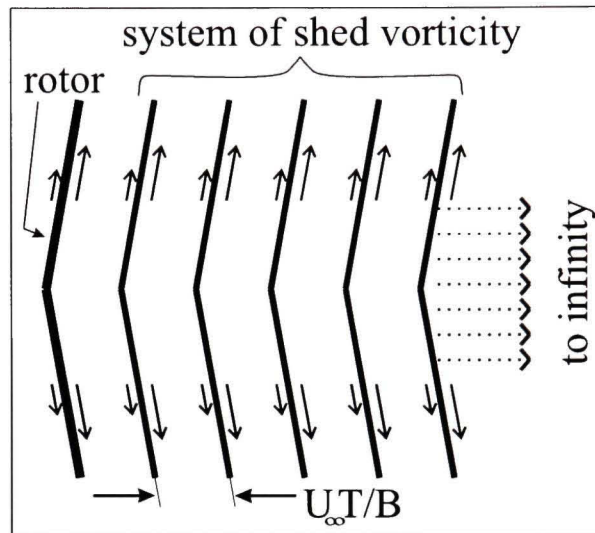


Figure II.3 *Model for blade shed vorticity.*

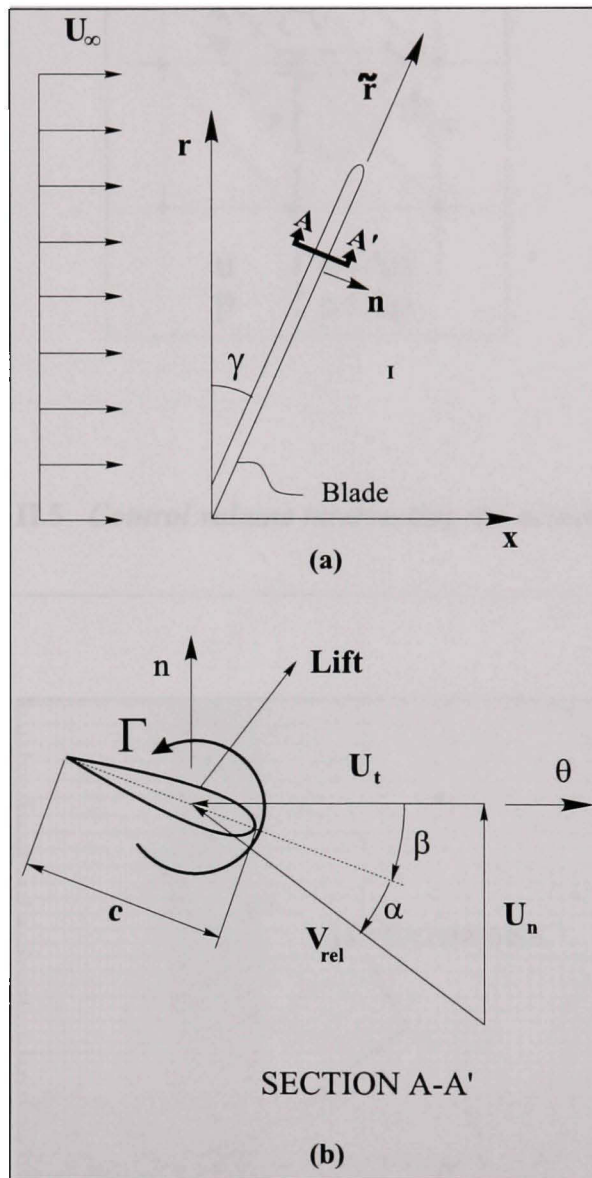


Figure II.4 *Representation of the rotor for a given azimuthal position.*

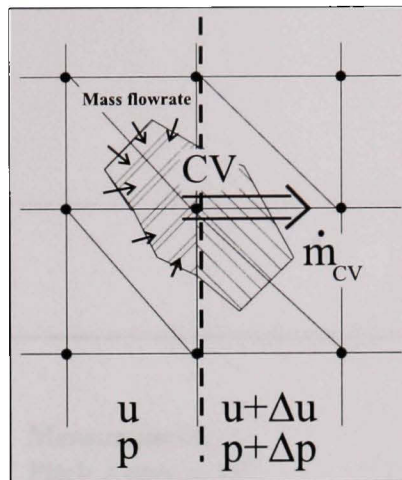


Figure II.5 *Control volume intersecting the actuator disk.*

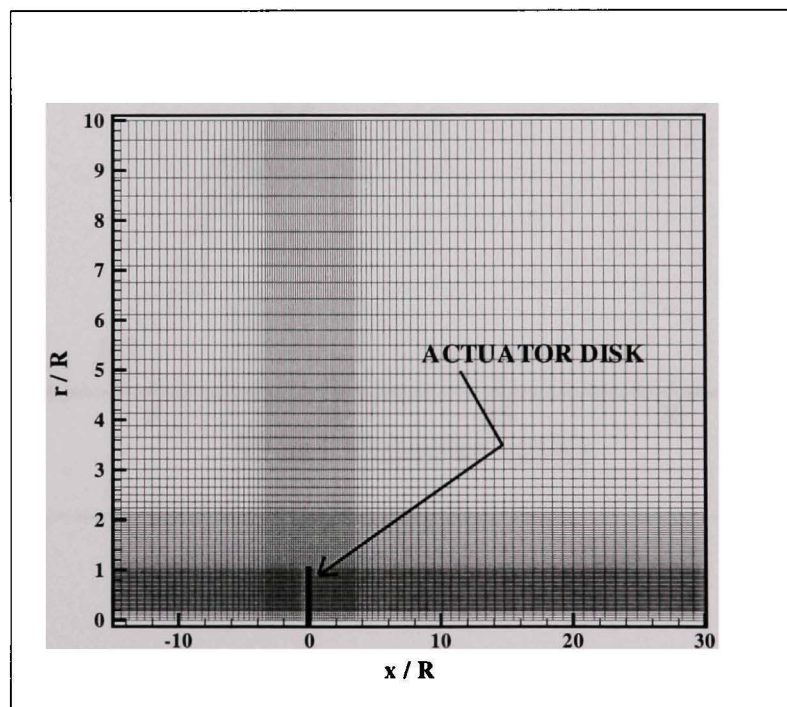


Figure II.6 *Computational domain and grid.*

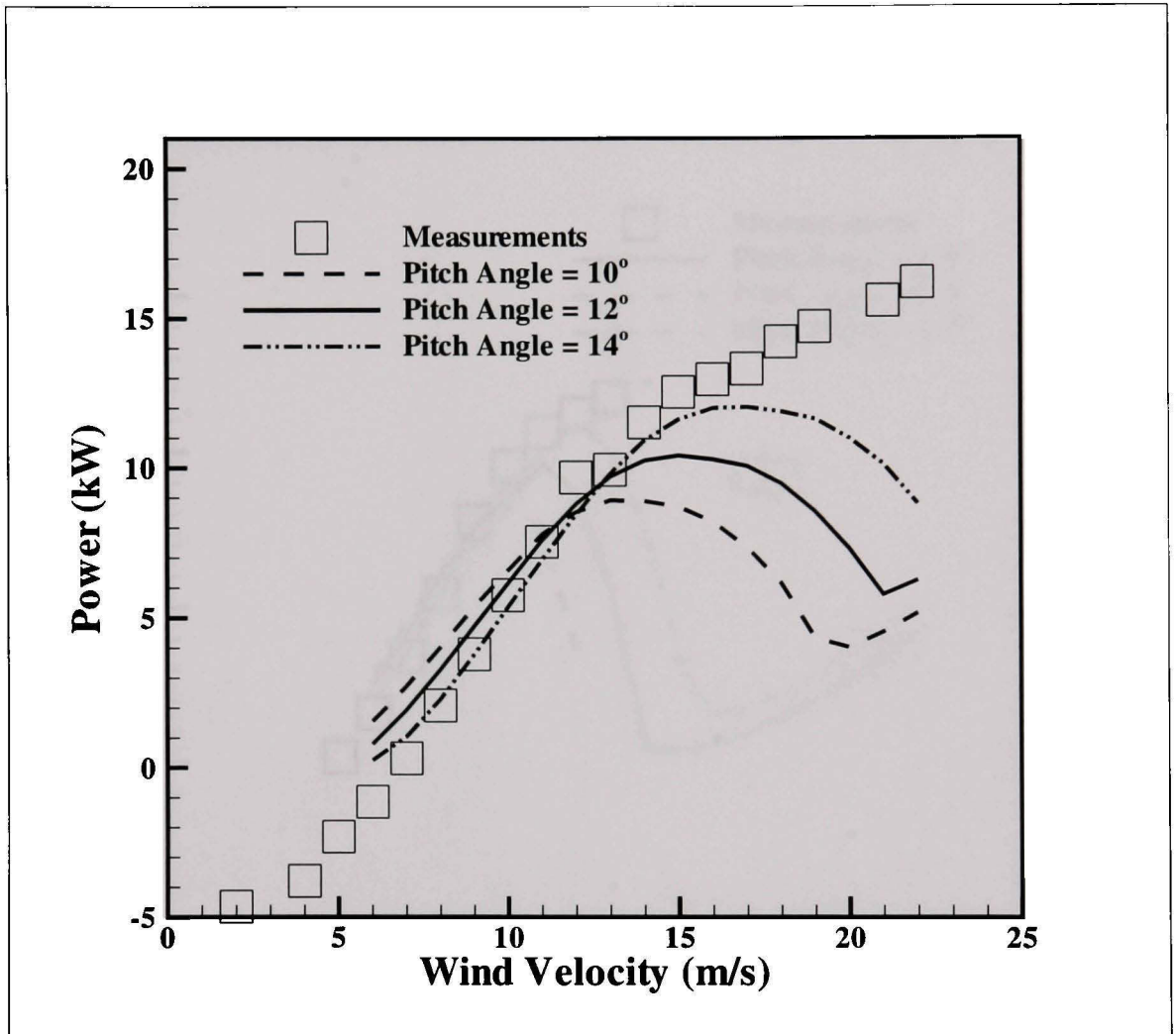


Figure II.7 Performance predictions for the NREL phase II rotor.

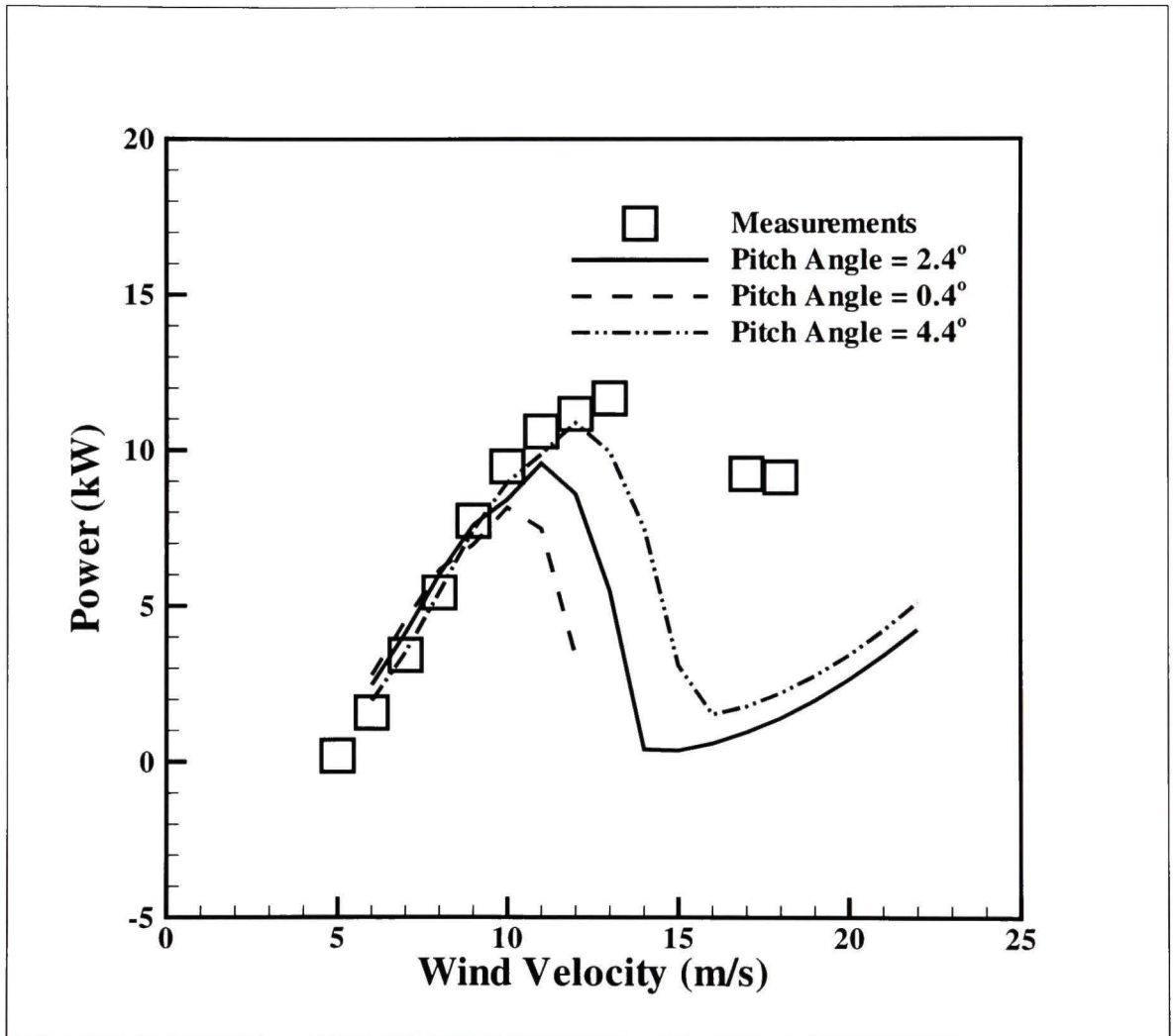


Figure II.8 Performance predictions for the NREL phase IV rotor.

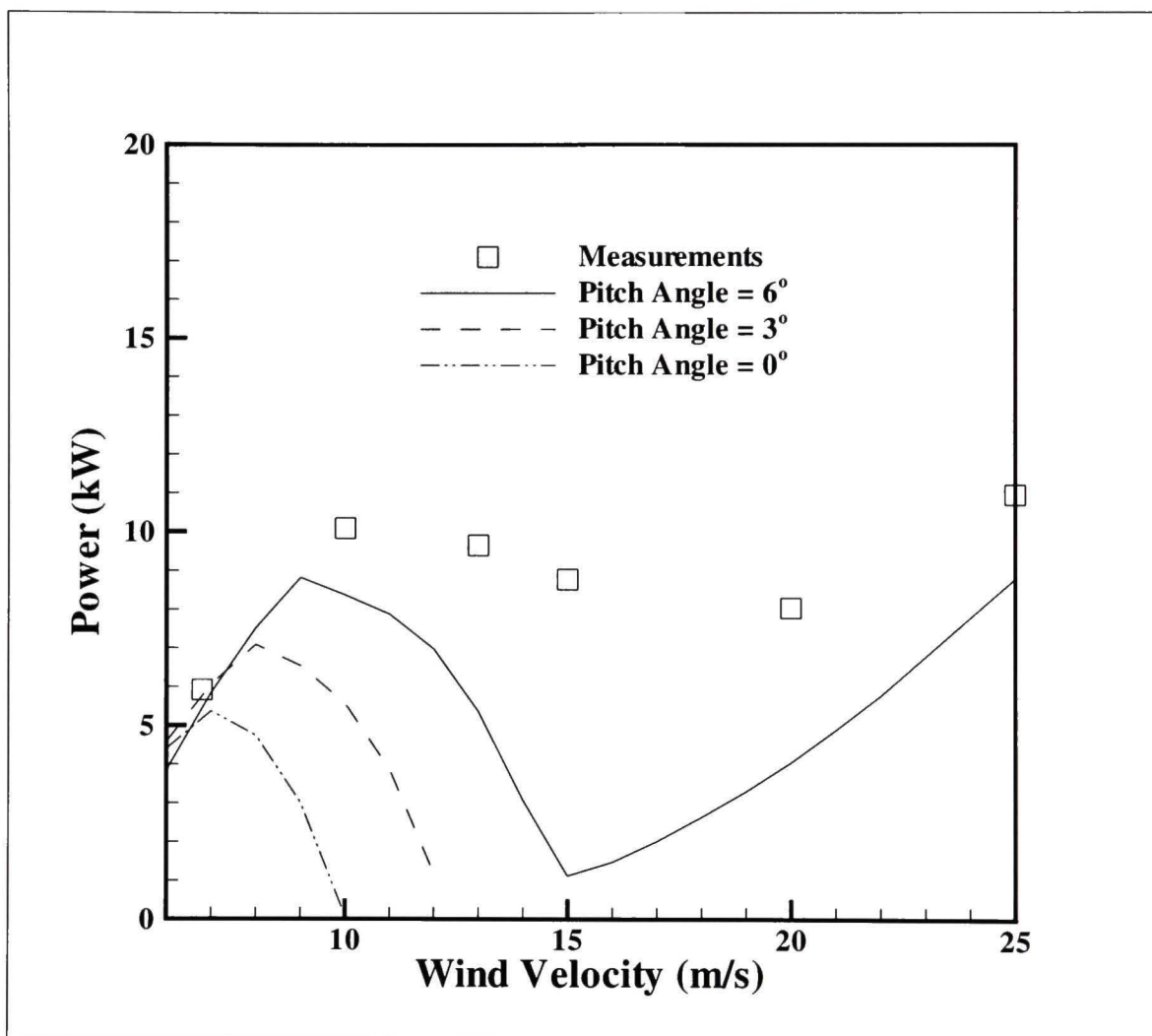


Figure II.9 *Performance predictions for the NREL phase VI rotor.*

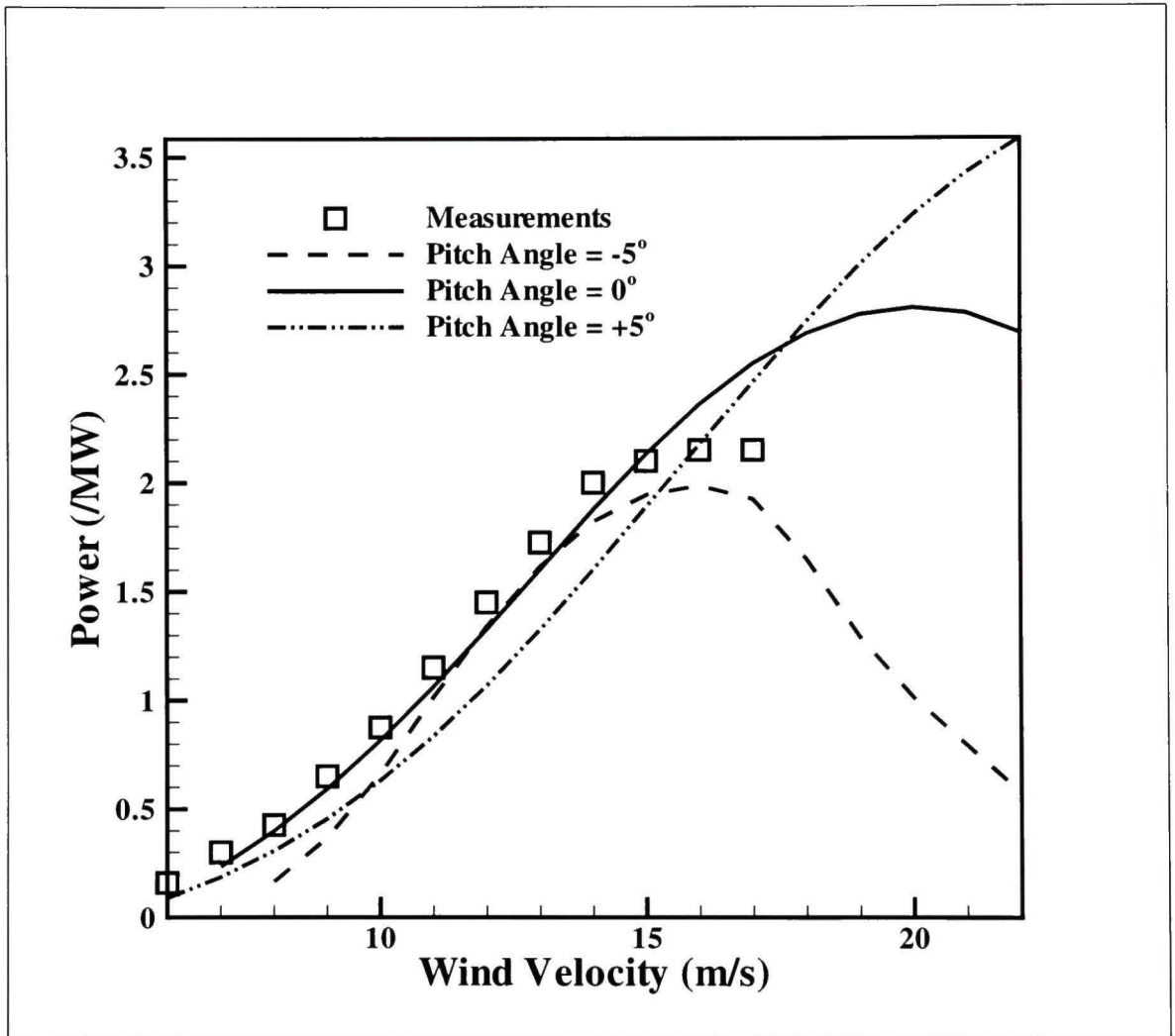


Figure II.10 Performance predictions for the Tjaereborg turbine.

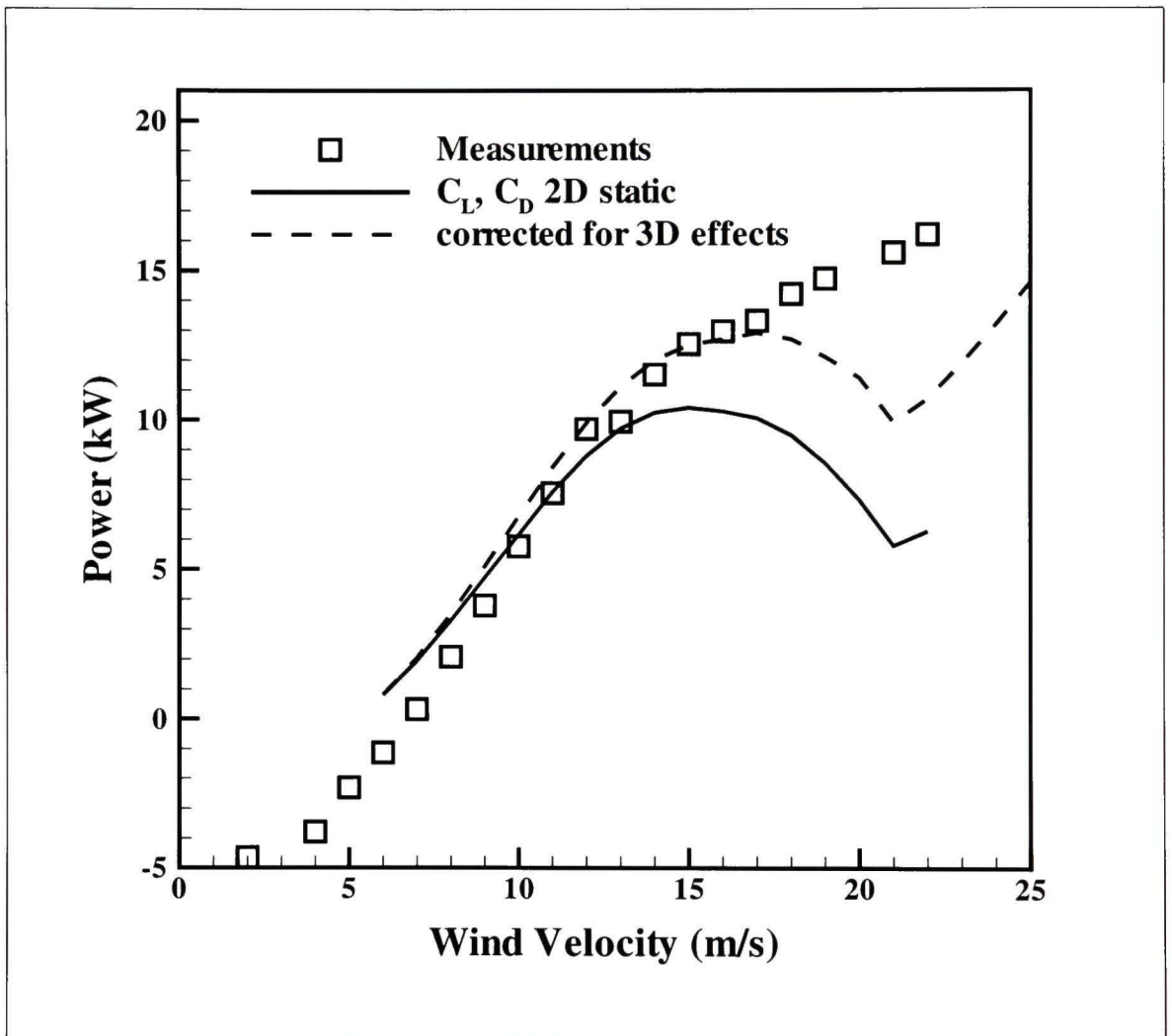


Figure II.11 *Performance predictions for the NREL phase II rotor using the stall-delay model.*

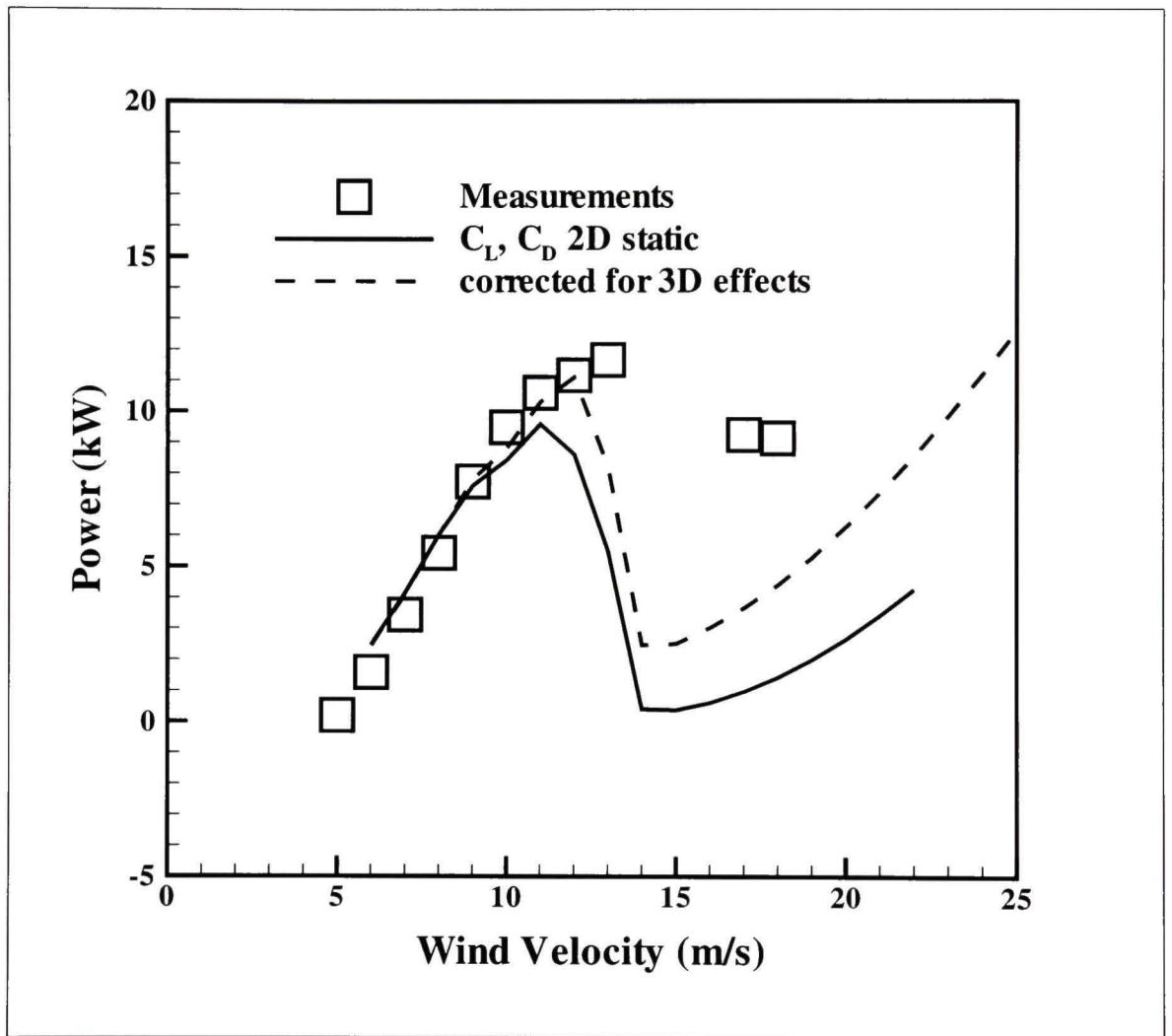


Figure II.12 *Performance predictions for the NREL phase IV rotor using the stall-delay model.*

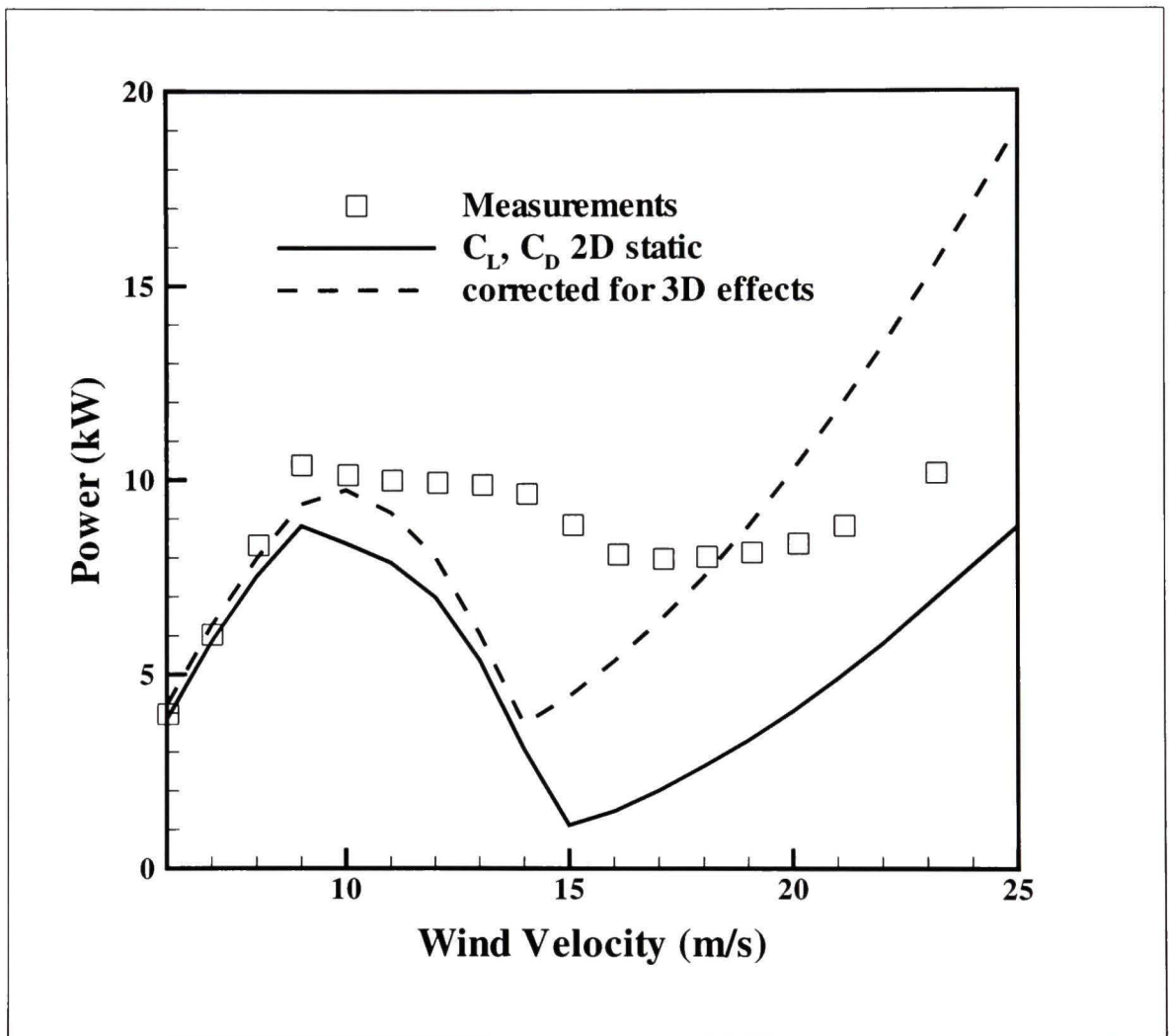


Figure II.13 *Performance predictions for the NREL phase VI rotor using the stall-delay model.*

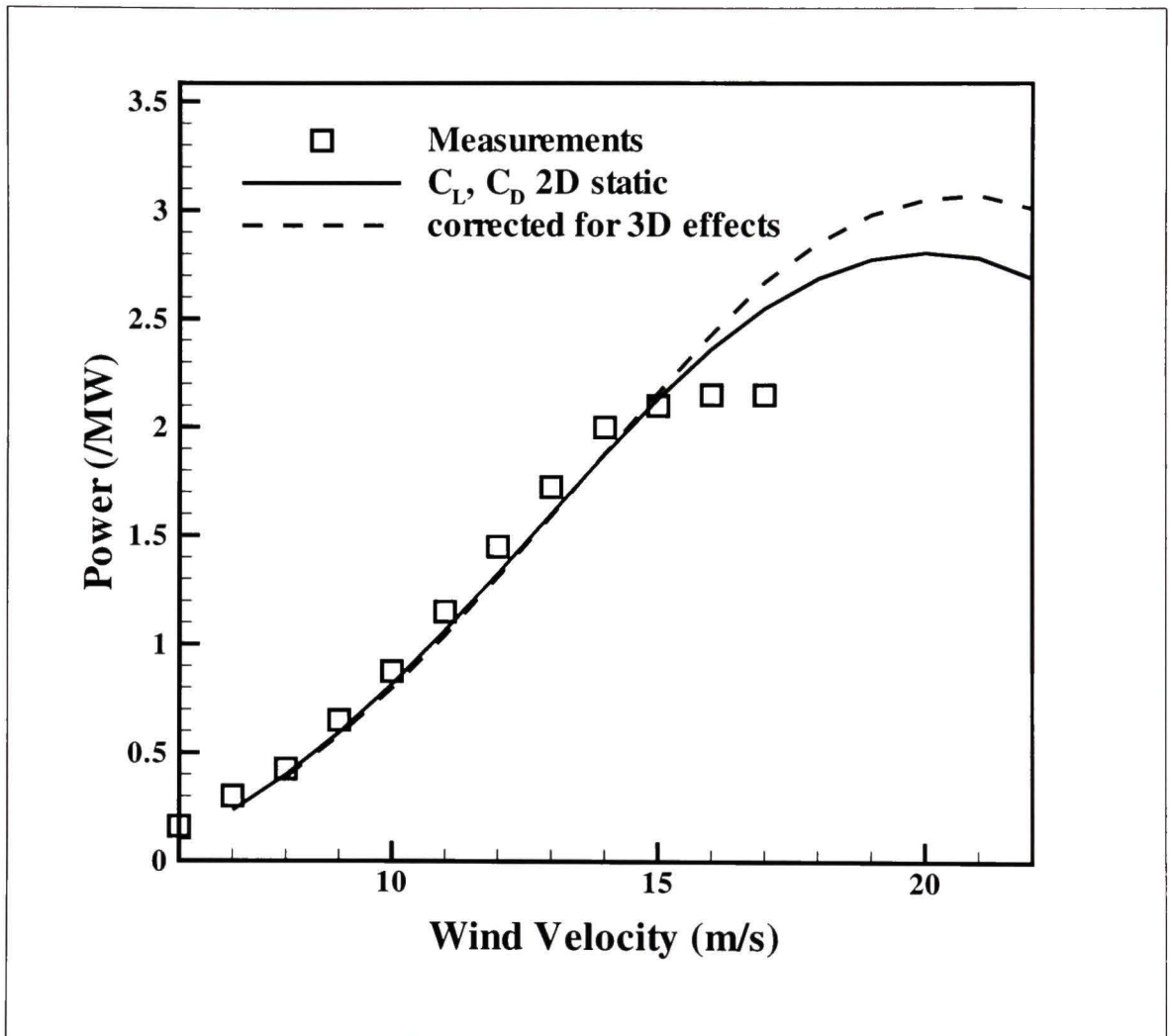


Figure II.14 *Performance predictions for the Tjaereborg turbine using the stall-delay model.*

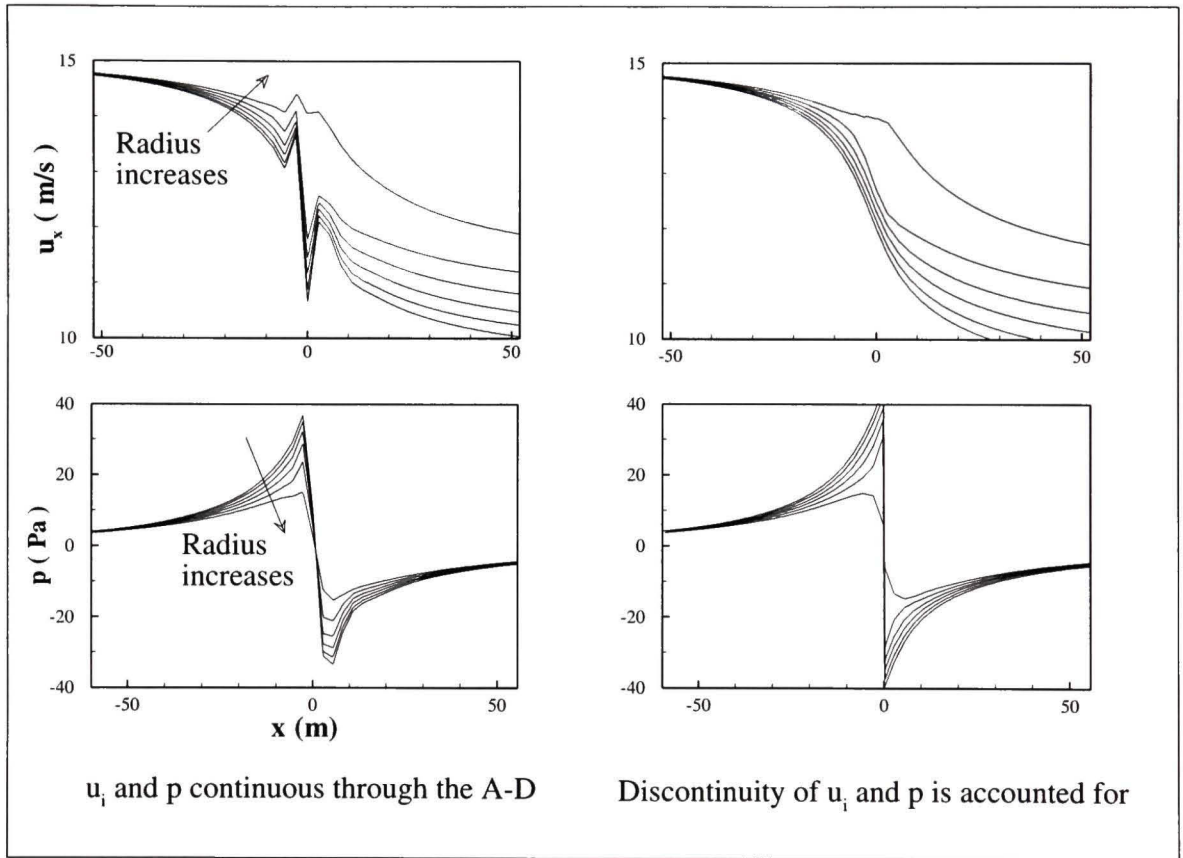


Figure II.15 *Highlighting solution anomalies when flow properties are set continuously across the AD.*

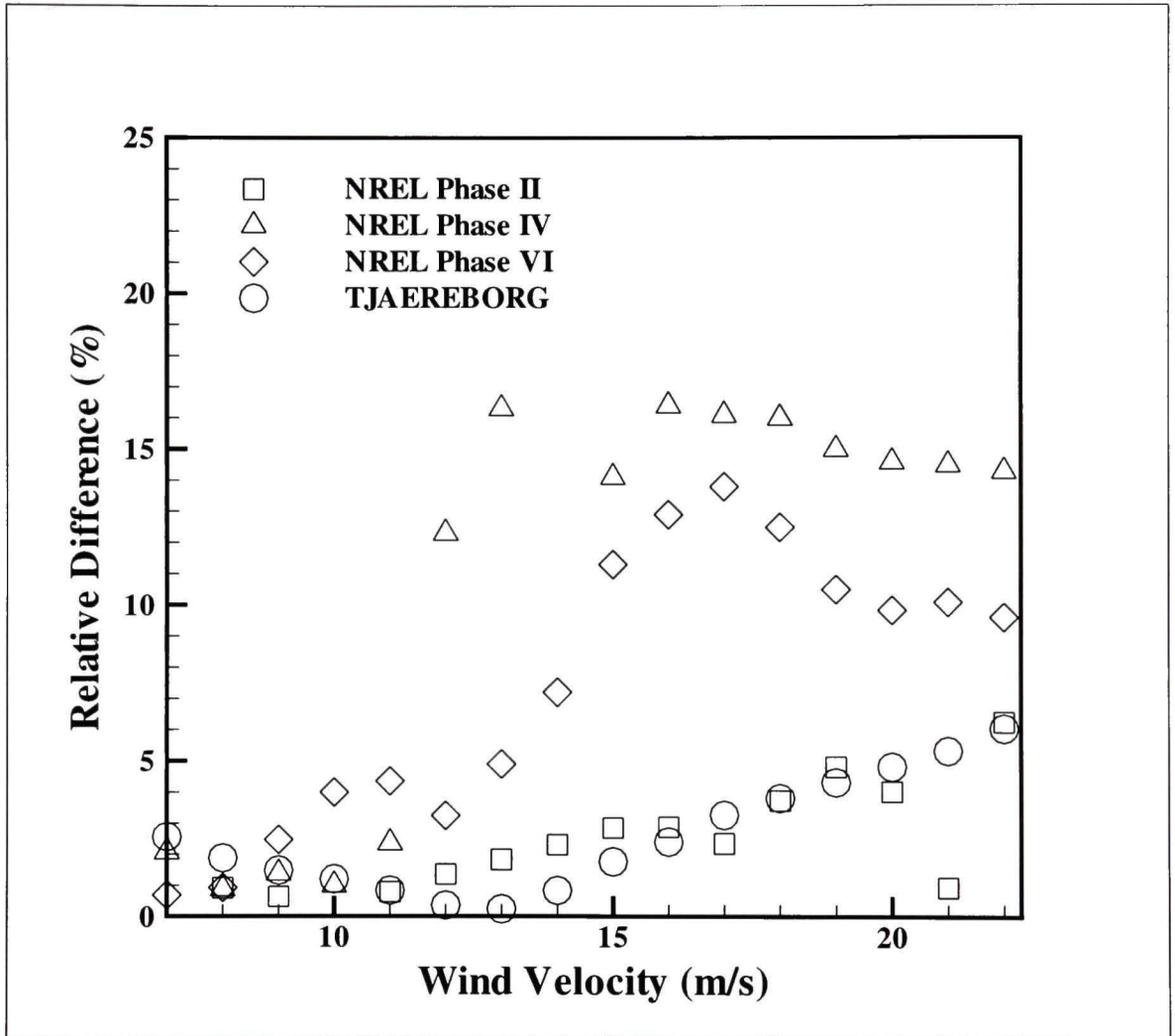


Figure II.16 *Comparison with actuator disk /external force approach.*

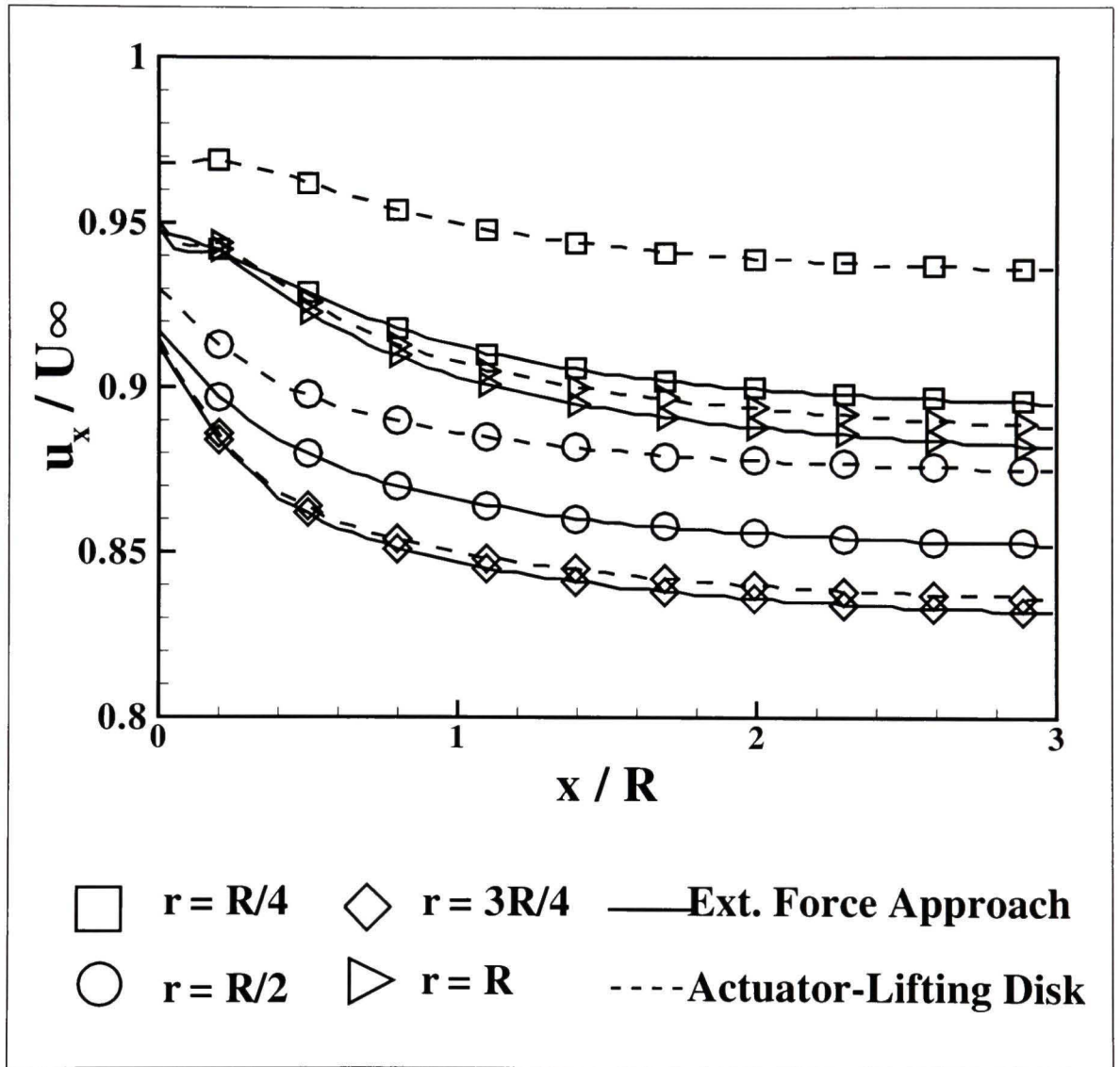


Figure II.17 Axial variation of induced velocity u_x / U_∞ .

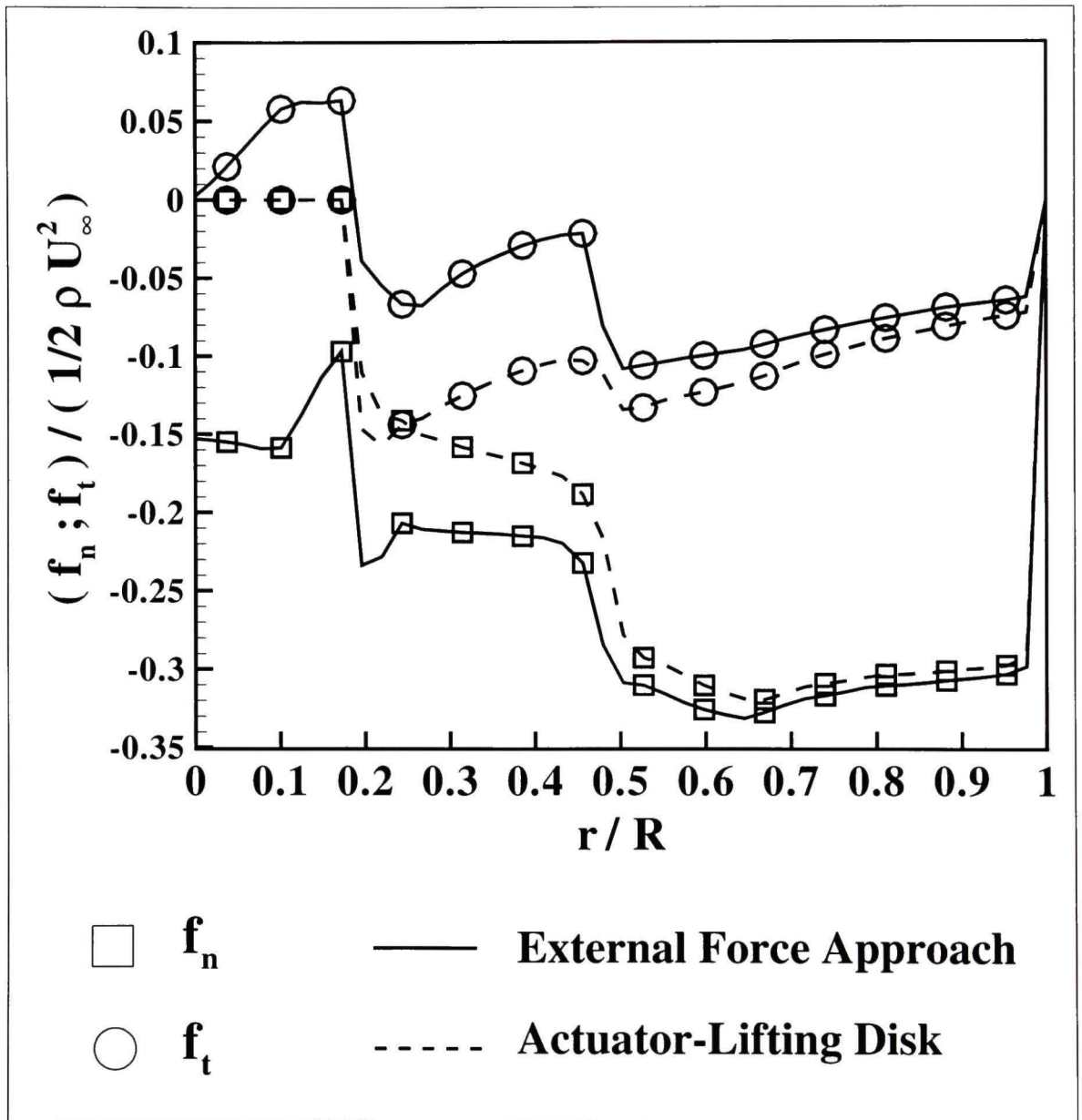


Figure II.18 Radial variation of f_n and f_t forces.

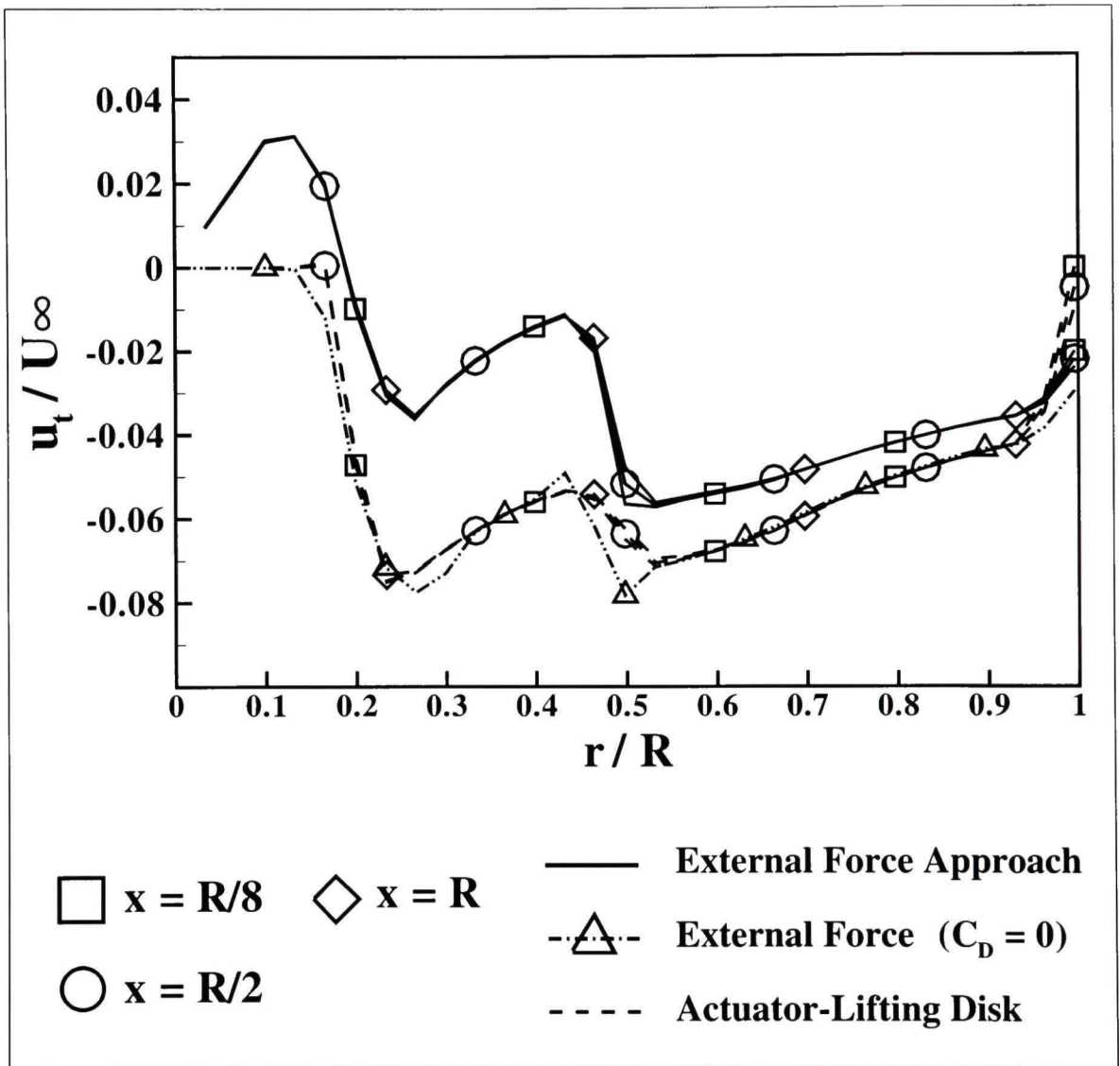


Figure II.19 *Radial variation of tangential velocity component.*

ANNEXE III

APPLICATION OF THE ACTUATOR SURFACE CONCEPT TO WIND TURBINE AERODYNAMICS

Cet article a été soumis pour publication au journal *Wind Energy*.

III.1 Introduction

Following the continuous increase in computational power, new models have emerged from CFD research that can be ranked as intermediate between integral models such as the classic blade-element momentum (BEM) models and full Navier-Stokes simulations. Since the pioneering work of Rajagopalan and Fanucci [1], the embedding of an actuator disk within a CFD method is one example of a research area of increasing interest in the field of wind turbine aerodynamics [2]. To overcome the limitations of actuator-disk based models, Sørensen and Shen [3] have proposed to use an actuator line model, which is capable of capturing the 3D effects related to the wind turbine wake vortical structure. In their approach, the rotating blades are modelled by volume forces distributed within the solution domain using a convolution function and the forces are found from blade-element analysis. In a similar way, Dobrev et al. [4] have proposed to use thin surfaces carrying pressure discontinuities. In parallel with these recent developments, the model presented here is directly inspired by vortex and actuator disk approaches. Here, the blade action on the flow is modeled by infinitely thin, rotating vortex sheets, or equivalently by surfaces carrying velocity and pressure discontinuities. These surfaces are referred to as actuator surfaces (AS) and have the particularity of being porous, contrary to vortex sheets which necessarily lie along flow streamlines. From flow dynamics and vorticity considerations, it is proven that an AS acts on the flow via an attached system of forces directly linked to the velocity jumps through a Kutta-Joukowski-type relation. Blade-element analysis is used to evaluate the circulation for each blade airfoil section and this circulation is then redistributed in chordwise velocity jumps while spanwise velocity jumps are prescribed to guarantee vorticity conservation. The system of forces consists of surface forces whose magnitudes are fixed by a Kutta-Joukowski relation; in the direction perpendicular to the AS in particular, the force component results in a pressure jump of equal magnitude across the AS. The implementation of the AS within 2D and 3D CFD methods has been performed and documented in Ref. [5]. The AS concept has been validated for simple analytical cases and for a finite wing in translation [6, 7] which has shown that the concept is useful for predicting the flowfield and the values of induced drag and angle of attack. In this article, the AS concept is embedded within a 3D CFD method and applied to study the aerodynamics of the experimental rotors of NREL and TUDelft. Validations are performed against experimental measurements and against three other wind turbine aerodynamics models: a regular blade-element model [8], a Navier-Stokes-based actuator disk model [9] and a prescribed wake vortex model [10]. The first sections of the article present the mathematics and numerical implementation details associated with the AS model. A rapid presentation of the other models is included next. Simulations of the NREL and TUDelft rotors are carried out using the four numerical models and the results for flowfield, power and thrust

coefficients and axial and tangential induction factors are compared to gain a deeper understanding of the action of the AS on the flow and to evaluate the relative pertinence of using the AS concept for wind turbine aerodynamic analysis.

III.2 Description of the actuator surface model

III.2.1 Essential features of the actuator surface model

The actuator surface (AS) concept presented here addresses the modeling of lifting devices, where strong viscous separation does not occur so that lift is linked to the circulation as in inviscid flow theory. In practice, for a wind turbine, employing an AS to model the rotor aerodynamics consists in using an infinitely thin surface whose shape corresponds to the blade planform area, as shown in Fig. III.1. As already mentioned, the AS is also a vortex sheet that can be described by a vorticity vector $\vec{\gamma}$ which measures the integral sum of vorticity over the thickness of the sheet, if vorticity were spread over a finite thickness. Since here the sheet is infinitely thin, $\vec{\gamma}(x, y, z)$ is a Dirac-type function and has units of *vorticity \times distance*: $\vec{\gamma}(x, y, z)$ is the result of a limit process where the thickness of the vortex sheet tends to zero. Although the mathematics presented in this section deal with the implications on the flow due to the $\vec{\gamma}(x, y, z)$ distribution as a Dirac function, all results can equally be derived using a vortex sheet of finite thickness, examining the consequences when its thickness tends to zero.

To simplify the mathematical description of the AS, the AS is assumed to be a flat surface perpendicular to the incoming flow direction and a Cartesian system of coordinates is defined where the X axis lies along the inflow direction and the Z axis is a radial line extending from the rotor center to the AS tip as shown in Fig. III.1. Let (u, v, w) be the components of the Eulerian velocity field \vec{V} in the (X, Y, Z) Cartesian system of coordinates (see Fig. III.1) and $\Delta\vec{V} = (0; \Delta v; \Delta w)$ be the velocity discontinuities across the AS ($\Delta u=0$ from mass conservation across the infinitely thin AS). A particle of fluid that crosses the AS from $x < x_{AS}$ to $x > x_{AS}$ undergoes a sudden increase in velocity equal to $\Delta\vec{V}$. The vorticity vector describing the corresponding vortex sheet intensity is given by $\vec{\gamma} = \vec{n}_{AS} \times \Delta\vec{V} = (0; -\Delta w; \Delta v)$ where \vec{n}_{AS} is a unit vector normal to the AS (in the specific example of Fig. III.1, \vec{n}_{AS} points in the X direction). When applying the principles of vorticity flux conservation to the vortex sheet, it is found that the divergence of the $\vec{\gamma}$ field must be null, hence:

$$\nabla \cdot \vec{\gamma} = 0 \quad (\text{III.1})$$

This first equation implies that the distribution of discontinuities across the AS is constrained and not completely free; in practice, this equation serves to derive the lateral component of the velocity discontinuities while the component of the velocity jump along the

aerodynamic lifting section is prescribed via knowledge of circulation from blade-element analysis.

A second consequence of the AS is now analyzed dynamically. Indeed, a particle that crosses the AS undergoes step changes in velocities which must be related to an attached system of forces responsible for changing the particle's momentum. To derive the expression of this attached system of forces, the Euler equation for incompressible flow is first considered:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = -\nabla p + \vec{f}$$

where p is the fluid pressure, ρ is the fluid density and \vec{f} is an external force field acting on the fluid. This equation can be rewritten as:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \nabla \cdot (p + \frac{1}{2} \rho V^2) = \rho \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V}) + \vec{f} \quad (\text{III.2})$$

where $\nabla \times \vec{V}$ is the vorticity vector. If inviscid flow is considered, the vorticity is null on both sides of the AS (wake vorticity is not null however due to trailing vorticity brought by the AS). However, precisely at the AS, the vorticity has a Dirac-type behavior and is increased by the vortex sheet intensity $\vec{\gamma}$, so that the first term in the right part of Eq. (III.2) is not null and can bring variations in total pressure of a fluid particle crossing the AS. When steady flow over a non-moving AS is analyzed, no energy exchange occurs, hence, enthalpy and total pressure are constant across the AS and the role of the attached system of forces consists in balancing the term associated to vorticity. For the case of steady flow, and non-moving AS, a practical derivation of the attached system of forces simply requires taking the opposite of the first term in the right part of Eq. (III.2) and in substituting the integrated value of $\nabla \times \vec{V}$ across the AS with $\vec{\gamma}$, so that the associated system of forces \vec{f}_{AS} per unit area of the AS is given by:

$$\vec{f}_{AS} = -\rho \vec{V} \times \vec{\gamma} \quad (\text{III.3})$$

This expression is very similar to the Kutta-Joukowski theorem and to the expression formulated by Van Kuik [11], who expressed the system of forces associated to the vortex sheet of an actuator disk by: $\vec{f} = -\rho \vec{v}_{rot} \times \vec{\omega}$. In Van Kuik's expression, \vec{v}_{rot} is the flow velocity vector measured in a frame of reference rotating at same velocity as the modeled rotor (in this frame of reference, total pressure appears constant throughout the flow), and $\vec{\omega}$ is the vorticity $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$. In the case of the AS applied to the wind turbine with zero yaw and uniform inflow, in the rotating frame of reference where the blades appear fixed, the flow is steady and the velocity \vec{V} of Eq. (III.3) is equivalent to the velocity \vec{v}_{rot} in Van Kuik's expression. Since the sheet vorticity vector $\vec{\gamma}$ corresponds to the integral of the vorticity $\vec{\omega}$ across the sheet thickness, both expressions are in agreement.

If the (X, Y, Z) system of Fig. III.1 is set to rotate at the same velocity as the AS modeling the wind turbine blades, it can be shown that the force \vec{f}_{AS} per unit area of the AS surface has the following components:

$$\begin{aligned} f_{xAS} &= -\rho(v\Delta v + w\Delta w) \\ f_{yAS} &= \rho u\Delta v \\ f_{zAS} &= \rho u\Delta w \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

where u, v and w are the components of the flow velocity at the location of the AS in the rotating (X, Y, Z) system. However, since there is a discontinuity at the AS, setting values for the velocity components v and w at the AS can be ambiguous. To remove this problem, a convenient process consists in taking the average of the velocity on both sides of the AS. Eq. (III.3) is therefore rewritten in the general form:

$$\vec{f}_{AS} = -\rho \vec{V}_{rel,avg} \times \vec{\gamma} \quad (\text{III.5})$$

where $\vec{V}_{rel,avg} = (\vec{V} + \Delta\vec{V}/2) - \vec{V}_{AS}$ is the average flow velocity relative to the AS and \vec{V}_{AS} is the velocity of the AS at the point where \vec{f}_{AS} is evaluated. This last expression for \vec{f}_{AS} is invariant with respect to the choice of reference frame. Although it was obtained from intuitive reasoning, it can be proven that Eq. (III.5) results from a limit analysis of a vortex sheet distributed over a volume when its thickness tends to zero. As a proof, a vortex sheet of small thickness is considered: providing that vorticity is distributed uniformly across its thickness, then the flow velocity varies linearly over the thickness, passing from \vec{V} on one side of the vortex sheet to $\vec{V} + \Delta\vec{V}$ on the other side. Inside the vortex sheet, the vortex sheet intensity is constant along the thickness and equal to $\vec{\gamma}/t$ where t is the vortex sheet thickness, while the force associated with the vortex sheet is $\vec{f} = -\rho\vec{V} \times (\vec{\gamma}/t)$ in accordance with the Van Kármán relation. When integrating this force along the AS thickness, only the term \vec{V} varies and since its variation is linear, $\int \vec{V} dt = (\vec{V} + \Delta\vec{V}/2)t$ and it is found that the average force per unit area of the AS agrees with Eq. (III.5) ($\vec{V} + \Delta\vec{V}/2$ corresponds to $\vec{V}_{rel,avg}$).

It is noteworthy that the expression of f_{xAS} in Eq. (III.4) is a Bernoulli-type equation. A control volume analysis for any control volume intersecting the AS shows [6] that f_{xAS} must result in a pressure jump. Hence, from the point of view of pressure, the AS is the locus of a pressure jump $\Delta p = f_{xAS}$.

In comparison with CFD models using distributions of forces over actuator volumes, this representation has the advantages of removing the volume definition problem and, above all, of completely respecting the local physics of lift and vorticity, at least from a theoretical point of view (although it violates the Helmholtz vorticity theorem stating that vortex sheets should be streamlines!). When using a volume force approach, it should be verified that total pressure remains constant along flow streamlines for basic problems like the finite

wing in translation or in rotation (when only lift is considered), otherwise it could mean that (i) flow vorticity does not respect Eq. (III.5) or (ii) mechanical energy dissipation occurs locally. When actuator volumes become too thin, or when a rough discretization of the actuator volume is used, spurious oscillations can occur in the flow properties, in great part due to high pressure, as discussed in Ref. [9]. This undesirable behavior of the CFD model can be expected since velocity and pressure are assumed to be continuous spatial functions, which poses a problem in the limit of zero actuator volume thickness.

Velocity and pressure discontinuities, together with the associated system of forces (which is the force exerted by the AS on the flow per unit area of the AS), fully represent the action of the AS on the flow governed by the Navier-Stokes equations in the general form, or the Euler equations as presented in this article. The determination of the AS loading starts with local blade-element analysis and calculation of the circulation around sections of the AS. In the next section, these steps are presented.

III.2.2 Determination of the AS loading

Blade-element analysis is used to determine the values of circulation along the airfoil sections of a wind turbine blade. The left part of Fig. III.2 presents a sketch of a blade section of chord length c where the incoming flow as seen by the airfoil is represented by \vec{V}_{rel} . \vec{V}_{rel} is evaluated from the flow solution calculated by the proposed numerical method, which solves the problem raised by the actuator surface whose loading, as detailed below, depends on \vec{V}_{rel} . This interdependence between actuator surface loading and flow velocities at the actuator surface results in an iterative process that takes place during the solution process.

Once the local flowfield characteristics are known, as well as wing geometrical (twist and chord distributions) and operational (pitch angle, motion of the wing) characteristics, it is possible to calculate the local angle of attack α of the incoming flow. The lift per unit length L is then given by the equation:

$$L = \frac{1}{2} \rho \|\vec{V}_{rel}\|^2 C_l c$$

where ρ is the density of the fluid and C_l is the lift coefficient of the airfoil defining the blade section, a function of the relative angle of attack α and the local Reynolds number. Letting Γ be the circulation of velocity around the airfoil, the Kutta-Joukowski theorem states:

$$L = \rho \|\vec{V}_{rel}\| \Gamma$$

Combining the last two equations, Γ may be rewritten as:

$$\Gamma = \frac{1}{2}c\|\vec{V}_{rel}\|C_l \quad (\text{III.6})$$

Note that these equations deviate from the classical equations found in textbooks [12] since here the local velocity \vec{V}_{rel} is used instead of the usual (often uniform) inflow velocity U_∞ found far upstream. The formal proof of the Kutta-Joukowski theorem is indeed often presented for 2D irrotational flows whereas here we are confronted with 3D inviscid flows that can be rotational. The derivation leading to Eq. (III.6), valid for 2D irrotational flows, is here assumed to apply in the case of the AS. Schmitz and Chattot [13] have studied this hypothesis using a coupled Navier-Stokes/vortex-panel solver and have found that deviations from Eq. (III.6) are on the order of a few percent, especially when the blade is experiencing stall.

Once the circulation Γ around a section of a planar AS is known, the task consists of distributing this circulation along the section in the most appropriate way. As illustrated in the right part of Fig. III.2 where the corresponding section of the AS modeling the airfoil is displayed, different distributions of the sectionwise component of the velocity discontinuity Δv can be used to load the AS, providing that $\int_0^c \Delta v dy = \Gamma$. The constant distribution $\Delta v = \Gamma/c$ is the simplest but performs poorly since it sets rapid variations of the Δv field, which is hard to manage numerically without artificial instabilities appearing in the flow solution. Distributions respecting continuity of the $\Delta \vec{V}$ field at the AS sides have proven to be more appropriate. In this work, a simple parabolic distribution is assumed:

$$\Delta v = \frac{6\Gamma}{c^3}y(c-y) \quad (\text{III.7})$$

where y is the distance from a point P on the actuator surface to the leading edge of the wing along the y -axis direction, as shown in Fig. III.2. The distribution of the lateral velocity discontinuity Δw is deduced from Eq. (III.1) and the boundary condition $\Delta w = 0$ at $y=0$.

This discussion has been focused on the case of an AS applied to wind turbine aerodynamics with respect to developing expressions for the system of forces associated with the actuator disk or actuator surface. However, it can be proven that the derived forces have identical expressions as those derived by various authors for the actuator disk [1, 9, 14, 15] and by Sørensen and Shen [3] for an actuator line formulation, with the exception that in the proposed AS model, drag is not part of the expressions for the system of forces. The proposed AS model has the advantage of taking into account velocity and pressure discontinuities, hence reproducing the phenomena of circulation and induced drag. Although developed according to inviscid flow theory, the AS concept can be integrated into Navier-Stokes solvers able to model for viscosity (and eventually turbulence) effects in the flow under analysis. However, the AS concept as presented here is unable to model the action of viscosity that would occur in boundary layers, and therefore viscous drag (i.e. drag not

accounted for as induced drag) of a body cannot be modeled. As vortex flow models, the numerical method based on the actuator surface concept focuses on the modeling of vorticity in the flow, and therefore on wake induction effects on lifting device aerodynamics.

The picture of the AS as a model for wind turbine aerodynamics is now complete. The procedure to determine its loading (discontinuities and associated system of forces) has been reviewed and the next section describes the numerical method used to solve for the flow induced by the AS.

III.2.3 Numerical method

The originality of the proposed approach is to embed the AS model within a CFD method to solve for the flow around the AS, specifically the 3D Control-Volume Finite-Element Method (CVFEM) of Saabas & Baliga [16]. This method is typical, in its formulation, of modern commercial CFD software such as CFX Ansys and Fluent. An in-house CVFEM code is preferred here since the flexibility of commercial softwares is not sufficient to implement the AS model. The flexibility of CVFEM methods and the conservative approach towards resolution of the flow are factors that greatly help the introduction of the AS model in the CVFEM method. Details regarding the numerical method, the necessary adaptations to include the discontinuities and system of forces associated with the AS, and the solution algorithm, the reader is invited to consult Refs. [5, 7].

The cases studied concern only two-bladed wind turbines perfectly aligned with uniform inflows, hence, from symmetry considerations, the solution domain is a hollow half-cylinder as shown in Fig. III.3 with only one actuator surface needed to model the two-bladed rotor. Depending on the flow variable solved, periodic or anti-periodic boundary conditions are set at the surface of symmetry. The size of the solution domain is chosen to ensure independence of the numerical solution. For the case of a wind turbine with zero yaw in uniform inflow, it is found that the inlet of the domain should be at least 4 diameters upstream of the AS, whereas results are less sensitive to the outlet location, up to a minimum where location of the outlet starts to influence the results. The minimum distance downstream of the AS, below which the rotor aerodynamics become dependent on the outlet location is a function of the tip-speed ratio λ . Typically, the minimum outlet distance is found to be close to $U_\infty T$ where U_∞ is the incoming flow speed and T is the period of rotor revolution. This distance is also equal to $\pi D/\lambda$ and therefore decreases with increasing tip-speed ratio.

As regards mesh discretization in the vicinity of the AS, it is observed that a minimum size and aspect ratio of the discretizing elements must be maintained for the solution to converge and be independent of the discretization in relation to the convection scheme used. Minimum spacing between elements downstream of the AS is proportional to $1/\lambda$. As regards blade discretization, following the recommendations of the finite wing study

using AS [7], 25 X 35 nodes are used to discretize the lifting sections of the AS. Structured meshes with a total number of nodes slightly below 1 million have been used to discretize the solution domain.

As regards AS loading, circulation around blade sections is calculated using relative velocities and angles of attack evaluated at the AS surface to provide with values of \vec{V} and C_l in Eqs. (III.5) and (III.6). Since velocities evolve rapidly along the AS, sectional averages are used to calculate \vec{V}_{rel} , which are then used to determine the lift coefficient. Using a symmetric discretization of the AS, it has been verified that the sectional average value of velocity is close to the value at the middle of the section. This practice is comparable with vortex methods based on the lifting line concept, where often the blade bound circulation is estimated from values of velocities at control points [17], as well as with the actuator line model [3].

III.3 Description of the three models of comparison

To study the predictive capabilities of the AS model for wind turbine rotor aerodynamics, three other models have been used with identical input data. These models are described below.

III.3.1 Actuator-Disk based models

There are two models that enter in this category pertaining to the original Froude Actuator-Disk concept: the Blade-Element Momentum (BEM) model and the differential-Navier-Stokes actuator disk model (AD). The actuator-disk approach consists in studying an ideal rotor with an infinite number of blades, each of infinite aspect-ratio, but with a solidity identical to the actual rotor. In itself, the actuator-disk concept is unable to account for the inductive effects due to a finite number of blades and adaptations are necessary, which consist of introducing tip-vortex models that act either on the momentum balance, or on the system of forces attached to the actuator-disk [18].

The Blade-Element Momentum (BEM) model is based on the theory and method presented in the book of Hansen [8]. Both axial and tangential induction factors are calculated in the rotor plane crossed by streamtubes where a control volume analysis is made. Blade tip vortex effects are introduced according to the formulation of Glauert and the tip-loss factor expression is given by the formula of Prandtl [19]. This method is typical of integral BEM models and is computationally inexpensive. For validation purposes, the BEM model has also been run without the introduction of the tip-loss factor and compared to the NS-AD model presented below: good agreement between the two models is found for

the predicted values of axial induction factors (differences are always less than 2% and are concentrated at the tip).

The differential-Navier-Stokes actuator disk model (NS-AD) is in fact an AS model of the actuator disk. As revisited by Conway [20], who has presented the full analytical solution to the axisymmetric non-viscous flow associated with an arbitrarily loaded actuator disk, the actuator disk is equivalent to a system of vortex sheets and can be modeled using the AS concept. Ref. [9] presents the development of this model in detail, which very much resembles the one of Sørensen and Myken [14]. In the formulation used for the present article, the NS-AD model does not include the effect of tip vortices. Although authors have brought forward various solutions to deal with tip vortex effects in NS-AD type models [15, 21], it was preferred not to take these effects into account to better compare the AS and NS-AD approaches.

III.3.2 The HAWTDAWG Vortex Model

The HAWTDAWG model [10] is a prescribed wake, lifting line model based on vortex theory. The blade is modelled as a line of bound vorticity lying along the blade quarter chord line, representing the loading of the blade. If the bound vorticity changes from one element to the next, trailing vorticity is introduced to account for the conservation of circulation. Unlike free wake models, the present method uses prescription functions to specify the wake geometry, avoiding the calculation of self-induced velocities in the wake. The wake is represented as two distinct regions, i.e. the near wake and the far wake. The former has the greatest influence on the induced velocities at the blades, and the latter represents the far field equilibrium condition of the flow. All wake deformation due to changes in the velocities in the streamwise and radial directions is confined to the near-wake region. The prescription of the spatial development of the near wake is achieved by correlation with momentum theory and consideration of radial induced velocities at the blades. More details regarding the method's principles and parameterization can be found in Robison et al. [10] and Breton et al. [22]. This method is computationally more expensive than BEM methods, but comparable to NS-AD models.

III.4 Results

The purpose of this section is to illustrate and compare the predictive capabilities of the AS model (referred to as the NS-AS model) as applied to wind turbine rotor aerodynamics. The focus will be on the evaluation of the following quantities:

- Power and thrust coefficients, C_P and C_T ;

- Axial and tangential induction factors a and a' . Note that these factors have to be calculated from azimuthally averaging the flow along lines of constant radius on the rotor swept surface when using the AS and vortex models, while they are directly output when using BEM or NS-AD models. In all four models, a is calculated from the axial component of velocity $a = 1 - u/U_\infty$ and a' from the tangential component $a' = \frac{v_\theta}{\Omega r}$ where Ω is the rotor rotational speed and v_θ is the azimuthal component of inflow velocity;
- Axial and tangential induction factors a_B and a'_B at the blade. These are the values used in the evaluation of the relative velocities seen by the blade, and are linked to a and a' via the tip-loss factor defined as $F = a/a_B$ in the case of the axial factor (see [18,23] for more details). In the case of the NS-AD model, both the axial and the tangential tip-loss factors are equal to 1; in the case of the BEM model, no tip-loss factor expression is used for the tangential component, hence the tangential tip-loss factor is also equal to 1.

III.4.1 Experimental data

In this paper, the aerodynamics of two experimental rotors are thoroughly studied: the rotor from the Technical University of Delft (TUDelft) and the rotor from the phase VI of the NREL experimental program.

- The TUDelft rotor is a two-bladed downwind horizontal-axis wind turbine having a diameter D of 1.2m that rotates (for the cases studied in this article) at 700 rpm. A NACA0012 profile is used on the lifting part of the blade from $r/R = 0.3$ up to the tip. The blade has a constant chord length of 0.08-m and a linear twist distribution. Detailed information regarding the wind turbine and the research program of TUDelft can be found in the works of Sant [24] and Haans et al. [25]. In this article, the blade-tip pitch angle is 2 degrees. The airfoil data used consists of the 2D experimental coefficients of lift and drag taken from [26] for a Reynolds number of 150000;
- The experimental rotor tested by NREL during phase VI of its intense test program is a two-bladed, upwind, horizontal-axis wind turbine having a diameter D of 5m that rotates at 72 rpm. An S809 profile is used on the blade from $r/R = 0.2$ up to the tip, and the blade has varying chord lengths and twist. The report of Hand et al. [27] provides numerous data on this part of the test program. The airfoil data employed here were measured in a wind tunnel at TUDelft at a Reynolds number of 10^6 , which best corresponds to the tests performed in the NREL wind tunnel, as shown by Coton et al. [28]. Since this data does not fully cover the range of angles of attack encountered, lift and drag coefficients are taken to be those of the NACA0012

profile at high angles of attack. In this article, the blade-tip pitch angle is always 3 degrees.

III.4.2 Qualitative results

The NS-AS and HAWTDAWG models have, in contrast to BEM and NS-AD models, the capacity to predict a 3D flowfield. To illustrate the similarities between the NS-AS model and the HAWTDAWG vortex model, Figs. III.4 and III.5 present the isocontours of axial induction factor in the plane swept by the turbine blades for the NREL rotor at a tip-speed ratio of $\lambda = 4$. Labelled and coloured isocontours are displayed using identical levels and colour codes for both figures; the view is taken from the upstream side of the rotor which rotates counterclockwise. Symmetry has been applied to the NS-AS model results to display the complete picture of the induction factor while the velocity field is computed from the Biot-Savart law in the post-processing of the HAWTDAWG model results. Since this last model is based on a lifting line formulation, theoretically, infinite values of the induction factor should appear close to the blade lifting line or to the wake vortex lines. Here however, a volume model of the vortex is used when the distance to a vortex element becomes too small in the application of the Biot-Savart law. Along a path of constant radius, it is clear from Figs. III.4 and III.5 that the axial component of velocity is varying: the axial induction factor a is derived by using the value of the axial velocity averaged over an annular ring, while the factor at the blade a_B is evaluated directly at the blade location.

The comparison between the two figures shows very similar shapes of isocontours. Close to the actuator lines or surfaces representing the blades, strong gradients are observed as isocontours tend to assemble along specific lines. The influence of blade tip vortices is obvious and manifests itself in the accumulation of isocontours along the path of these vortices, i.e., in the opposite direction of the blade rotation. Quantitatively, looking at the $a = 0.2$ isocontour line, it can be expected, as regards rotor aerodynamics, that the NS-AS model predicts lower induction factors in the tip region, but higher induction factors in the root region of the blade. At the blade tips, regions of negative axial induction factor, hence of flow acceleration, are predicted by both models in agreement with the observations of Sørensen and Shen [3] who used an actuator line method.

Fig. III.6 present isosurfaces of flow vorticity calculated from the NS-AS results to highlight the trajectory of the blade root and tip vortices: the vorticity vector norm is used to draw only one isosurface whose level is chosen to form the tubular, hollow shapes displayed. Since only half of the rotor is modelled by the NS-AS model, unrealistic terminations of the isosurfaces occur at the plane of symmetry. For this particular case, the vortices remain concentrated around their helical track and little diffusion is predicted by the model.

III.4.3 Power and thrust curves

Figs. III.7, III.8 and III.9 show the coefficient of power and thrust curves for the NREL and TUDelft rotor as a function of tip-speed ratio. Experimental measurements and the numerical outputs of the four models are included, and in the case of the NREL rotor, the power and thrust curves as a function of windspeed are also presented (based on an air density of 1.225 kg/m^3) to highlight the model performance at low tip-speed ratio (which is of practical importance to wind turbine design). Results for the TUDelft rotor using the HAWTDAWG model were not produced. Globally, all models exhibit very similar power and thrust coefficients, in good agreement with measurements, but in the case of the TUDelft rotor, power predictions are more dispersed. For low tip-speed ratio, or high wind speed, NS-AD and NS-AS models predict higher power and thrust values than the BEM and HAWTDAWG models, their power curves experiencing a lag effect in reaching the end of the linear part of the curve. This lag persists beyond 9 m/s; afterwards, the shapes of the predicted power curves by the NS-AS, HAWTDAWG and BEM models are all very similar and differ only by a constant offset. In these flow regimes however, stall occurs and lift and drag change rapidly as a function of local angle of attack: in order to gain an understanding of the underlying phenomenon, it is necessary to look at the distribution of induction factors along the blade, as shown in the next sections.

III.4.4 Axial induction and tip-loss factors

Figs. III.11 to III.15 present the spanwise variations of axial induction factors a and a_B as well as the variation of the tip-loss factor $F_{TIP} = a/a_B$, on a separate, right scale. Results from the four models are displayed using the same legend for all figures, presented in Fig. III.10, where symbols (and colours) are used to distinguish between methods while different line patterns are used to distinguish between a , a_B or F_{TIP} .

For the particular case of the NS-AD model, $a = a_B$ and $F_{TIP} = 1$ since this model does not account for blade tip effects, therefore only the a curves are displayed. For the BEM model, the tip-loss factor is equal to the Prandtl factor and does not account for effects at the blade root.

Comparing the different predictions of axial induction factor a , it is noted that all methods generally predict similar values and that, on average, deviations of the order of 2% are found. In the case of the NREL rotor, a better agreement is observed between model results when the tip-speed ratio is higher. For the four tip-speed ratios presented, the NS-AS model predicts comparable or slightly higher values of induced velocities than the BEM or HAWTDAWG models, consistent with the fact that thrust and C_t predicted by the NS-AS model is also higher (since thrust increases with increasing a in this range). The NS-AD model results significantly deviate from the other models in the blade tip

region and is typical of any method using the actuator disk concept without a model for tip effects. Comparing these results with those of Shen et al. [21] who performed simulations for $\lambda = 3.79$ and $\lambda = 2.53$ on the NREL rotor, a very good agreement is found between their actuator line model and the NS-AS model predictions for the axial induction factor.

Regarding the predicted values of axial induction factors at the blade a_B , good agreement is also observed between models although differences are generally more important. In the case of the NREL rotor, when the tip-speed ratio is below 4 as in Fig. III.14, NS-AS predictions exhibit significantly lower values near the blade root and higher values near the tip than the other models. In fact, in the root region, axial induction factors at the blade even become negative, which means that the flow is locally accelerated above its free stream value. As shown in Fig. III.14, indeed $a_B < 0$ when $r/R < 0.35$. Furthermore, the average axial induction factor a is greater than a_B for $r/R < 0.55$, leading the tip-loss factor to take values higher than one for $r/R < 0.55$, or outside of its expected range $[0;1]$ when a_B gets close to zero. Inspection of the flowfield resolved by the NS-AS model shows that a concentrated region of flow acceleration is present at the blade root and that the influence of this region on the global flow is particularly strong for low tip-speed ratios. It is thought that this phenomenon is due to the cumulative effects of tip-speed ratio, AS loading and orientation (here taken to be perpendicular to the incoming stream). Orientation of the AS plays a special role in the sense that when oriented perpendicularly to the flow, the transverse velocity jump (the Δw component) acts to locally induce strong variations of the axial flow velocity component (consistent in terms of vorticity with the Biot-Savart law), whereas a different orientation of the AS would have led to less important variations. Because the NS-AS model predicts higher values of a_B at the blade tip for tip-speed ratios lower than 4 (also observed for $\lambda = 2.5$ and 3), predicted angles of attack are consequently lower and the onset of stall on the blade is delayed, consistent with the power curve lag remarked in Section III.4.3.

At low tip-speed ratios as well, the relative importance of airfoil drag forces increases since angles of attack at blade sections become higher. Since the BEM model accounts for drag characteristics in the evaluation of induction factors, whereas the three other models do not, deviations from the BEM model are expected. Indeed, the results of BEM and HAWTDAWG models generally agree very well, although less so at low tip-speed ratios (see Fig. III.14).

An attractive feature of the NS-AS model is its natural ability to handle tip vortices. It is interesting to note that the NS-AS and HAWTDAWG models predict tip-loss factor variations in good agreement with the Prandtl tip-loss factor expression, having similar shapes and dependence on tip-speed ratio (higher slopes of the tip-loss factor happen in the tip region for higher tip-speed ratio). The tip-loss factor variations of the NS-AS and HAWTDAWG models also show the influence of the blade root vortices on local flow aerodynamics, although HAWTDAWG seems less efficient at capturing this effect for the NREL rotor at $\lambda = 4, 6$ and 8.

III.4.5 Tangential Induction Factor

The evaluation of the tangential induction factor (azimuthally-averaged or at the blade) is not obvious with the NS-AS model, since discontinuities of the tangential component occur across the AS when planar surfaces perpendicular to the inflow are employed to model the blade action on the flow. The analysis of the tangential component of velocity precisely on the AS is still possible using the average velocity $\vec{V}_{rel,avg}$ defined at the end of Section III.2.1. However, when doing so in the post-processing of the NREL or TUDelft results, poor agreement is observed with the output of other models, and unrealistic tip-loss factors are calculated. Fig. III.16 presents typical distributions of tangential induction factors a' and a'_B for the NREL rotor, where it is visible that a' and a'_B distributions are very different when using the NS-AS model. Although of lower impact than the axial induction factor on rotor loads, the tangential factor is important since it is associated with angular momentum and wake rotation and development. However, previous applications of the NS-AS model proved the usefulness of the model to predict wake flows as shown by Fig. III.17, adapted from Ref. [29], which presents the variations of tangential flow components in the near wake of the TUDelft rotor for $\lambda = 8$. In this figure, the azimuthal variations of the tangential velocity are presented for radial stations of $r/R = 0.9, 0.7$ and 0.4 (blade passage occurs at $\theta = 90^\circ$) at three downstream axial stations (at distance of $0.03D, 0.05D$ and $0.075D$ from the rotor). Here, the NS-AS model better predicts the values of tangential velocities when compared with experimental measurements. Important decreases in the tangential velocities are predicted in the wake of the turbine near $\theta = 90^\circ$ which agree well with the measured values. Measurements however show that oscillations occur near $\theta = 30^\circ$ and $\theta = 150^\circ$ which are probably associated with the influence of the vortical wake. These oscillations are clearly damped when using the NS-AS model, which only shows a slight tendency to oscillate at $\theta = 30^\circ$ near the blade tip and root.

III.5 Conclusion

Application and validation of the actuator surface concept to wind turbine aerodynamics has been presented in this article. Results have been produced for the experimental rotors of NREL and TUDelft and compared with either experimental measurements or numerical models for rotor aerodynamics. Since the AS model has its origins in both vortex and actuator disk methods, it was not surprising to observe similarities between the models when comparing flowfield velocities, C_P or C_T curves or axial and tangential induction factors. The agreement between models and measurements is excellent for high tip-speed ratios, corresponding to maximum values of C_P ; for low tip-speed ratios however, when stall occurs along large parts of the blade span, deviations are observed between the AS model and the other models, which are partly explained by the development of a localized region at the blade root where the flow is strongly accelerated in the axial direction. This

phenomenon is thought to be due to the choice of AS geometries used to model the wind turbine blades, which are surfaces normal to the incoming flow. Taking surfaces parallel to the surface flow instead should reduce this phenomenon as it would also allow for a better prediction of tangential induction factors. The AS concept is rapid and easy to embed in CFD methods based on finite volume principles using colocated discretizations of flow variables. Compared to similar models, it has the intrinsic advantage of modelling the blade trailing vorticity while respecting the relationship between lift and flow velocity circulation occurring around an airfoil section. Beyond the aerodynamic analysis of rotors, it is envisioned that this model could be successfully applied to the study of wind turbine wake aerodynamics, but as shown in the present study, additional work still remains to study in greater detail the AS shape and loading distribution influence on the predicted flowfield.

References

- [1] Rajagopalan, R. and Fanucci, J. (1985), *Finite difference model of vertical axis wind turbines*. J. Propulsion and Power, vol. 1, 6:pp. 432–436.
- [2] Hansen, A. and Butterfield, C. (2000), *Aerodynamics of horizontal-axis wind turbines*. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 25:pp. 115–149.
- [3] Sørensen, J. and Shen, W. (2002), *Numerical modeling of wind turbine wakes*. Journal of Fluids Engineering, vol. 124:pp. 393–399.
- [4] Dobrev, I., Massouh, F., and Rapin, M. (2007), *Actuator surface hybrid model*. In Proceedings of The Science of Making Torque from Wind (2nd conference), Danish Technical University, DK: J. Phys.: Conf. Ser.
- [5] Sibuet Watters, C. and Masson, C. (2008), *Modelling of lifting devices aerodynamics using the actuator surface concept*. Submitted to the Int. J. Num. Methods in Fluids.
- [6] Masson, C. and Leclerc, C. (2004), *Toward blade-tip vortex simulation with an actuator-lifting surface model*. In Proceedings of the ASME Wind Energy Symposium, Reno, Nevada: American Institute of Aeronautics and Astronautics, pp. 300–308.
- [7] Sibuet Watters, C. and Masson, C. (2007), *Recent advances in modeling of wind turbine wake vortical structure using a differential actuator disk theory*. In Proceedings of The Science of making Torque from Wind (2nd conference), Danish Technical University, DK: Journal of Physics: Conference Series.
- [8] Hansen, M. (2000), *Aerodynamics of Wind Turbines*. London: James and James.
- [9] Leclerc, C. and Masson, C. (2005), *Wind turbine performance predictions using a differential actuator-lifting disk model*. ASME Journal of Solar Energy Engineering, vol. 127, 2:pp. 200–208.
- [10] Robison, D., Coton, F., Galbraith, R., and Vezza, M. (1995), *Application of a prescribed wake aerodynamic prediction scheme to horizontal axis wind turbine in axial flow*. Wind Engineering, vol. 19:pp. 41–51.
- [11] Van Kuik, G. (2008), *Requirements for an actuator disk force field to generate vorticity in inviscid flow, with an exact solution of Wu's equation*. submitted to the Journal of Fluid Mechanics.
- [12] Panton, R. (2005), *Incompressible Flow*. Wiley.

- [13] Schmitz, S. and Chattot, J.J. (2007), *Flow physics and Stokes' theorem in wind turbine aerodynamics*. Computers and Fluids, vol. 36:pp. 1583–1587.
- [14] Sørensen, J. and Myken, A. (1992), *Unsteady actuator disk model for horizontal axis wind turbines*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 39:pp. 139–149.
- [15] Masson, C., Ammara, I., and Paraschivoiu, I. (1997), *An aerodynamic method for the analysis of isolated horizontal-axis wind turbines*. Int. J. Rotating Mach., vol. 3:pp. 21–32.
- [16] Saabas, H. (1991), Control Volume Finite Element Method for Three-Dimensional, Incompressible, Viscous Fluid Flow. Ph.D. thesis, Mc Gill University,.
- [17] Leishman, J. (2000), Principles of Helicopter Aerodynamics. Cambridge Aerospace Series, Cambridge University Press.
- [18] Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N., and Bossanyi, E. (2004), Wind Energy Handbook. Wiley.
- [19] Prandtl, L. (1919), *Annex of Betz's article entitled: Schraubenpropeller mit geringstem energieverlust*. Kgl. Ges. d. Wiss. Nachrichten Math.-phys. Klasse.
- [20] Conway, J. (1998), *Exact actuator disk solutions for non-uniform heavy loading and slipstream contraction*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 365:pp. 235–267.
- [21] Shen, W., Sørensen, J., and Mikkelsen, R. (2005), *Tip loss correction for actuator/Navier-Stokes computations*. Journal of Solar Energy Engineering, vol. 127:pp. 209–213.
- [22] Breton, S., Coton, F., and Moe, G. (2008), *A study on rotational effects and different stall delay models using a prescribed wake vortex scheme and NREL Phase VI experiment data*. Wind Energy, vol. 11, 5:pp. 459–482.
- [23] Shen, W., Mikkelsen, R., and Sørensen, J. (2005), *Tip loss correction for wind turbine computations*. Wind Energy, vol. 8:pp. 457–475.
- [24] Sant, T. (2007), Improving BEM-based Aerodynamic Models in Wind Turbine Design Codes. Ph.D. thesis, Technical University of Delft.
- [25] Haans, W., Sant, T., Van Kuik, G., and Van Bussel, G. (2008), *HAWT near-wake aerodynamics, part I: Axial flow conditions*. Wind Energy, vol. 10.
- [26] Sheldahl, R.E. and Klimas, P.C. (1981), *Aerodynamic characteristics of seven air-*

- foil sections through 180 degrees angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*. Tech. Rep. SAND80-2114, Sandia National Laboratories.
- [27] Hand, M., Simms, D., Fingersh, L., Jager, D., Cotrell, J., Schreck, S., and Larwood, S. (2001), *Unsteady aerodynamics experiment Phase VI: wind tunnel test configurations and available data campaigns*. Tech. Rep. TP-500-29955, National Renewable Energy Laboratory.
- [28] Coton, F., Wang, T., and Galbraith, R. (2002), *An examination of key aerodynamic modelling issues raised by the NREL blind comparison*. Wind Energy, vol. 5:pp. 199–212.
- [29] Masson, C. and Sibuet Watters, C. (2008), *Moving actuator surfaces: a new concept for wind turbine aerodynamic analysis*. In Proceedings of the International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ08), Santander, Spain.

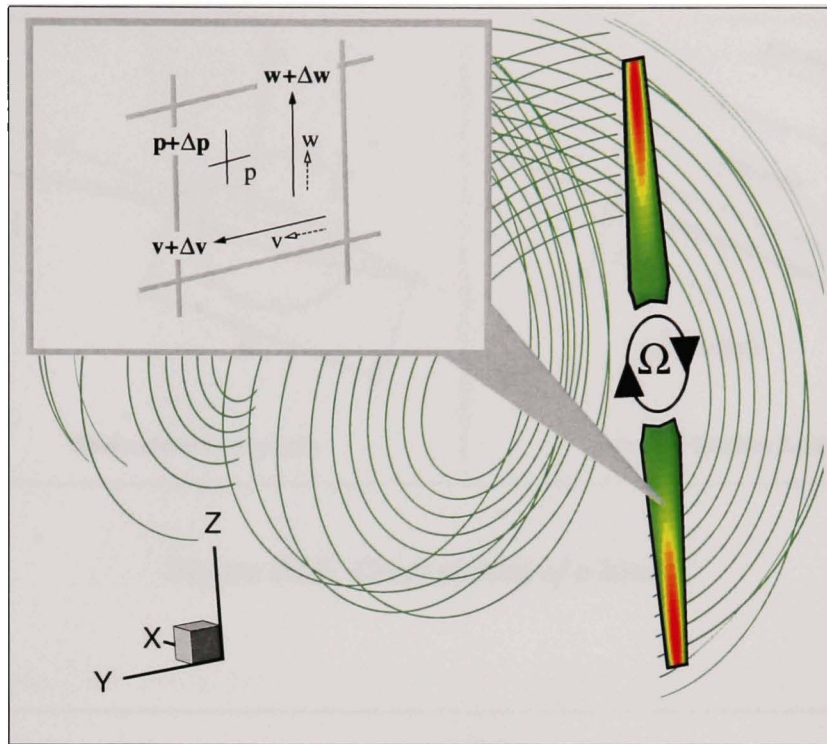


Figure III.1 *The actuator surface used to model wind turbine blade aerodynamics.*

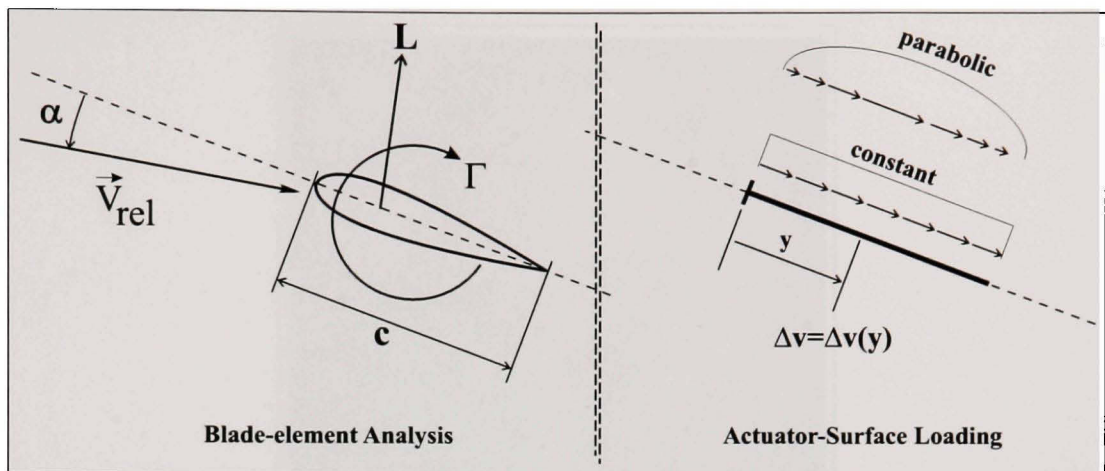


Figure III.2 *Cross section of a blade.*

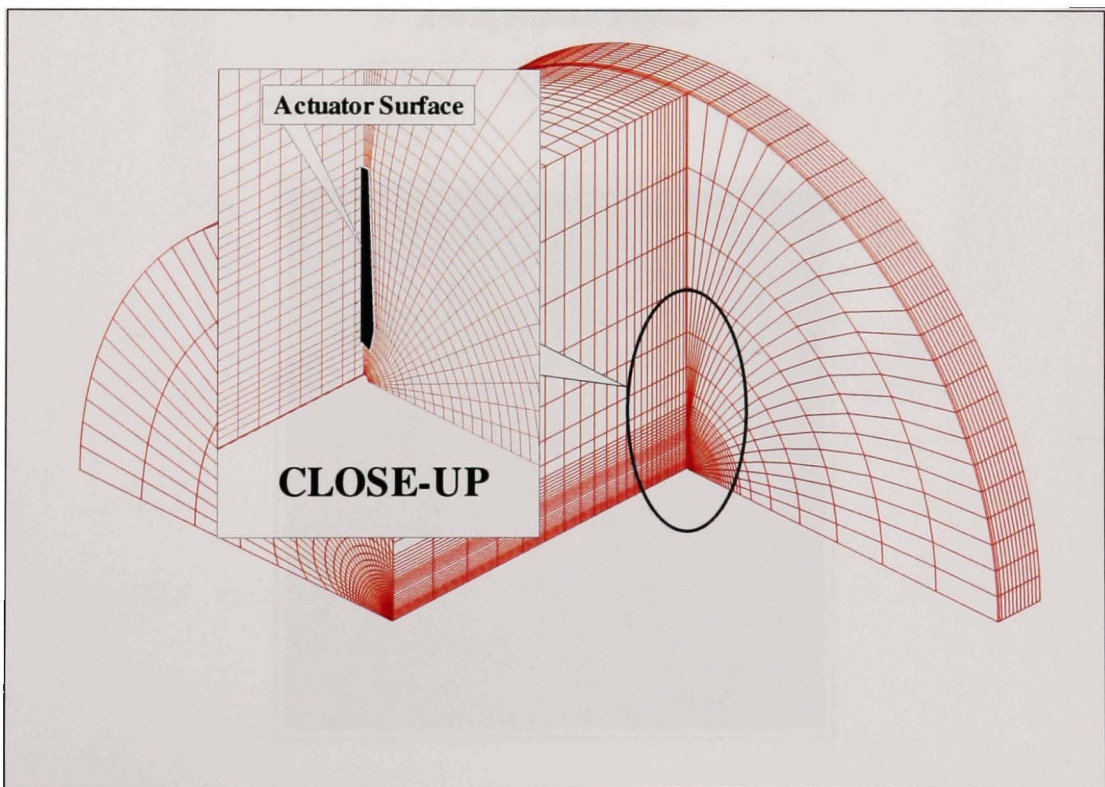


Figure III.3 *Meshing the solution domain: Details.*

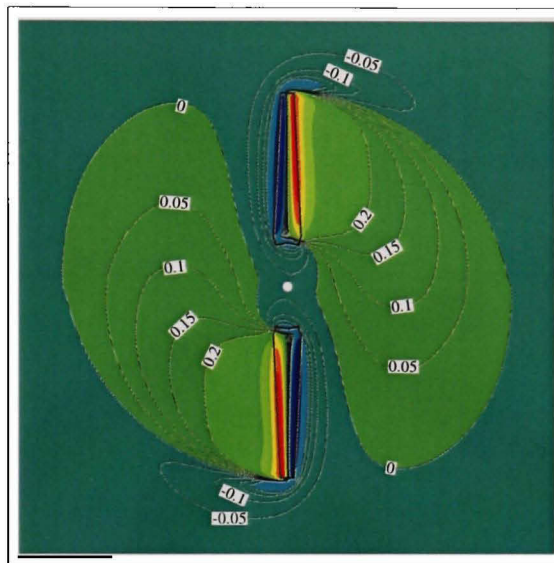


Figure III.4 *Axial induction factors isocontours for the NREL rotor, $\lambda = 4$, NS-AS model.*

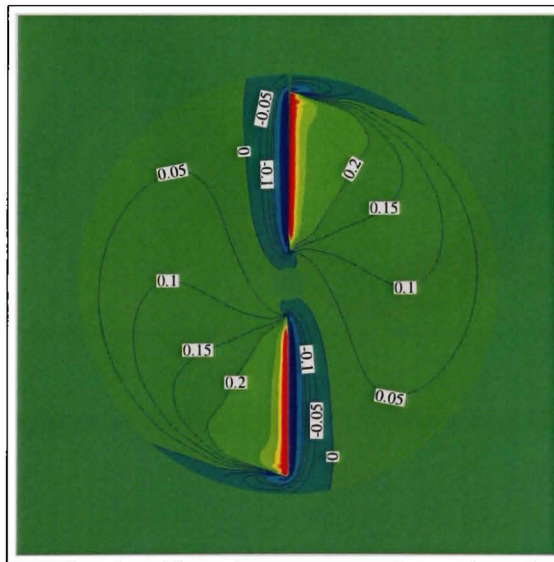


Figure III.5 *Axial induction factors isocontours for the NREL rotor, $\lambda = 4$, HAWTDAWG model.*



Figure III.6 *Isosurfaces of vorticity for the NREL rotor, $\lambda = 4$, NS-AS model.*

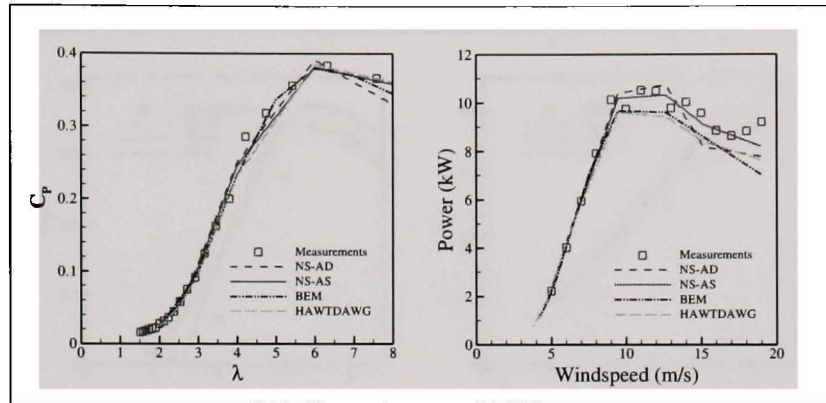


Figure III.7 *Coefficient of power and power curves, NREL rotor.*

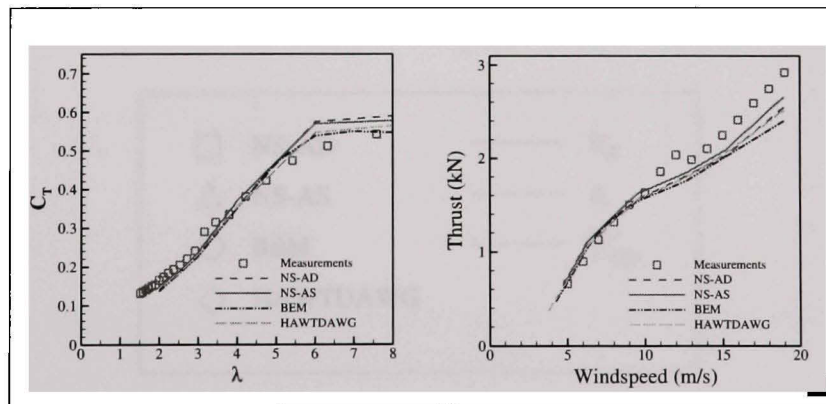


Figure III.8 *Coefficient of thrust and thrust curves, NREL rotor.*

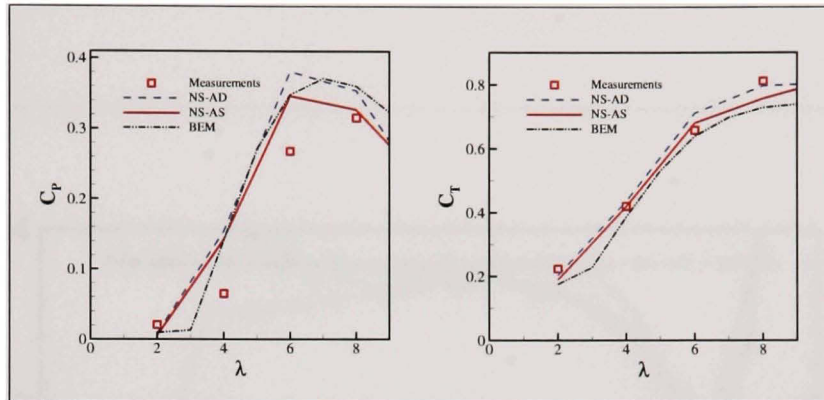


Figure III.9 *Coefficient of power and of thrust curves, TUDelft rotor.*

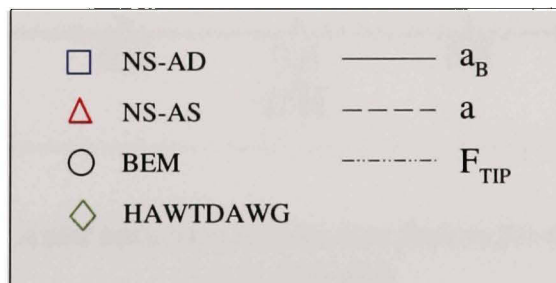


Figure III.10 *Legend applicable to Figs. III.11 to III.16.*

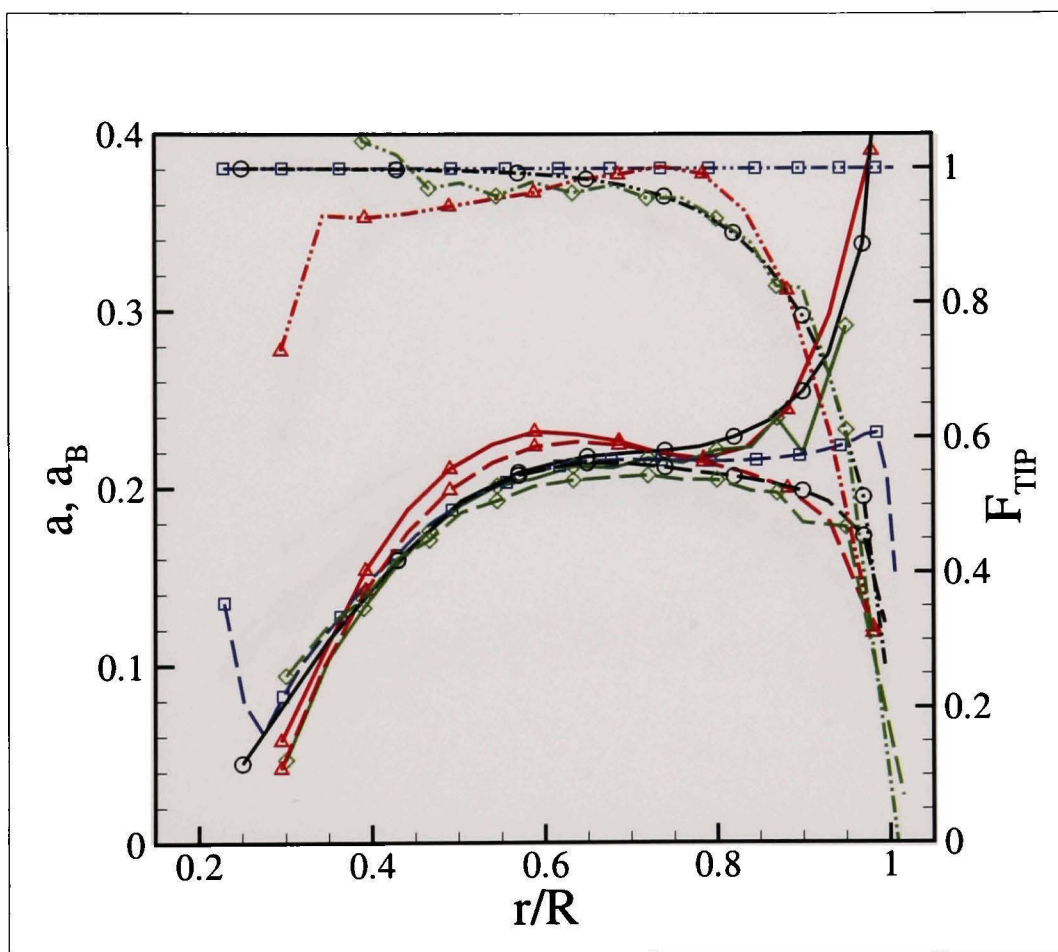


Figure III.11 Axial induction and tip-loss factors for the NREL rotor, $\lambda = 8$, 4 models.

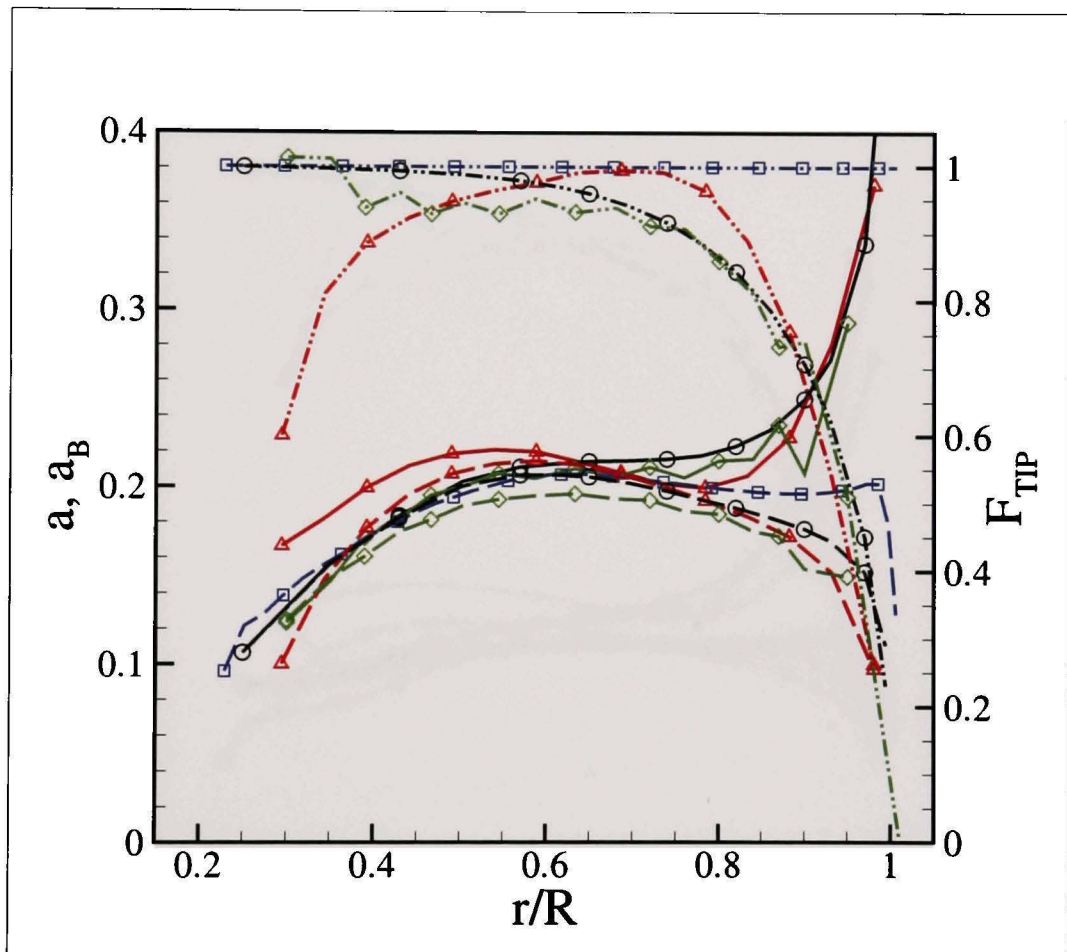


Figure III.12 Axial induction and tip-loss factors for the NREL rotor, $\lambda = 6$, 4 models.

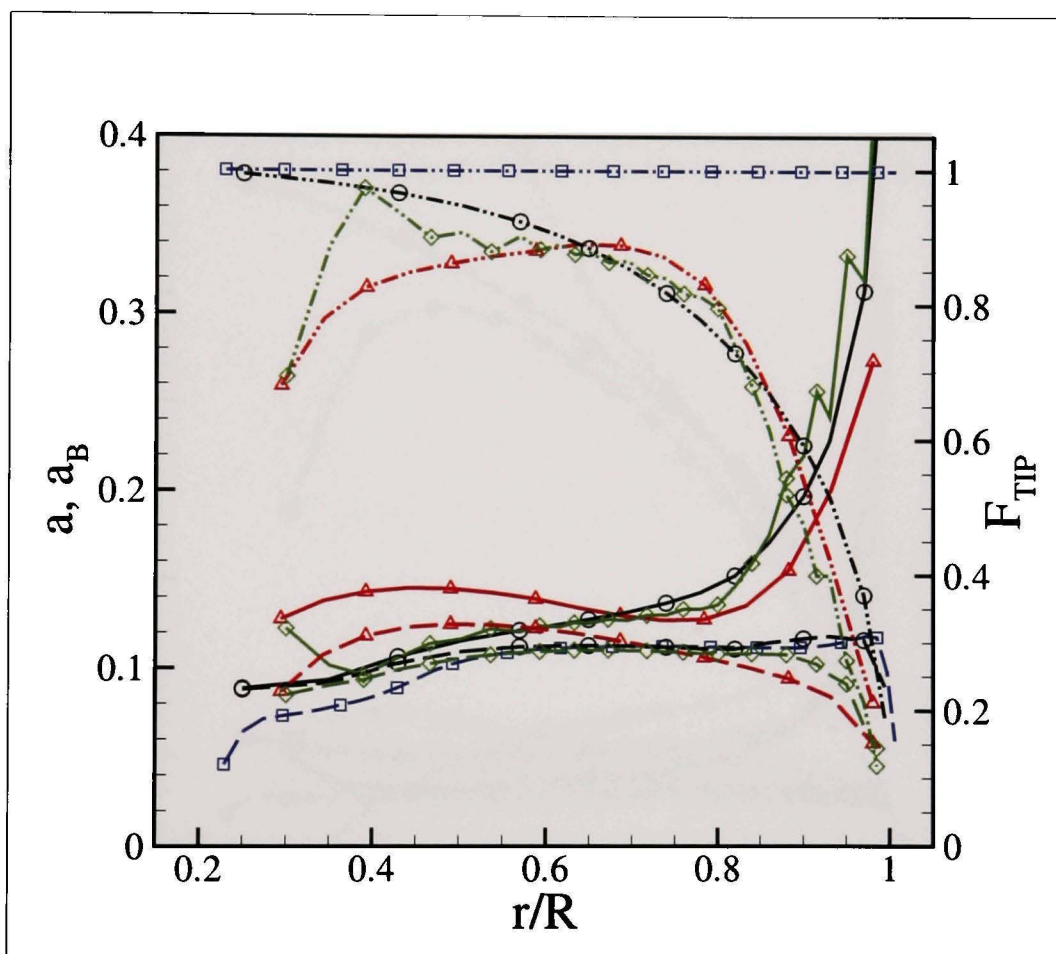


Figure III.13 Axial induction and tip-loss factors for the NREL rotor, $\lambda = 4$, 4 models.

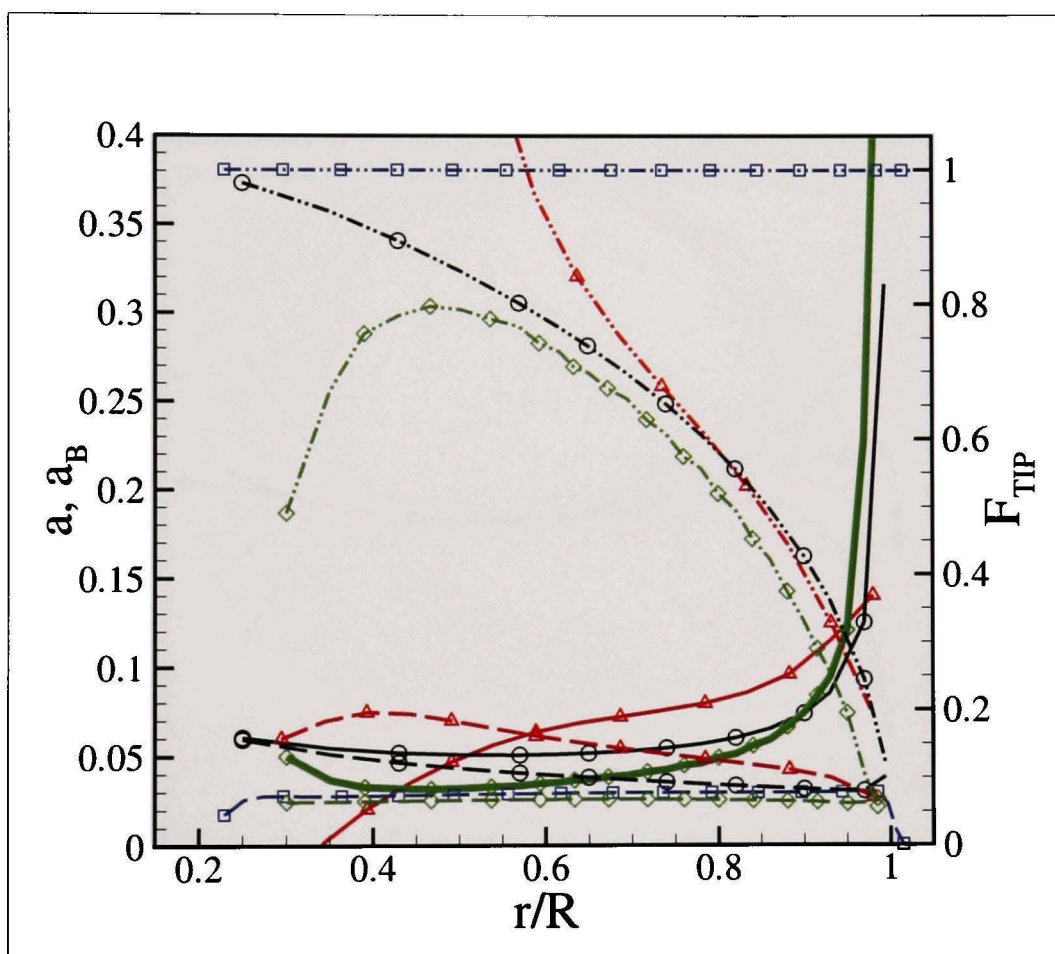


Figure III.14 Axial induction and tip-loss factors for the NREL rotor,
 $\lambda = 2, 4$ models.

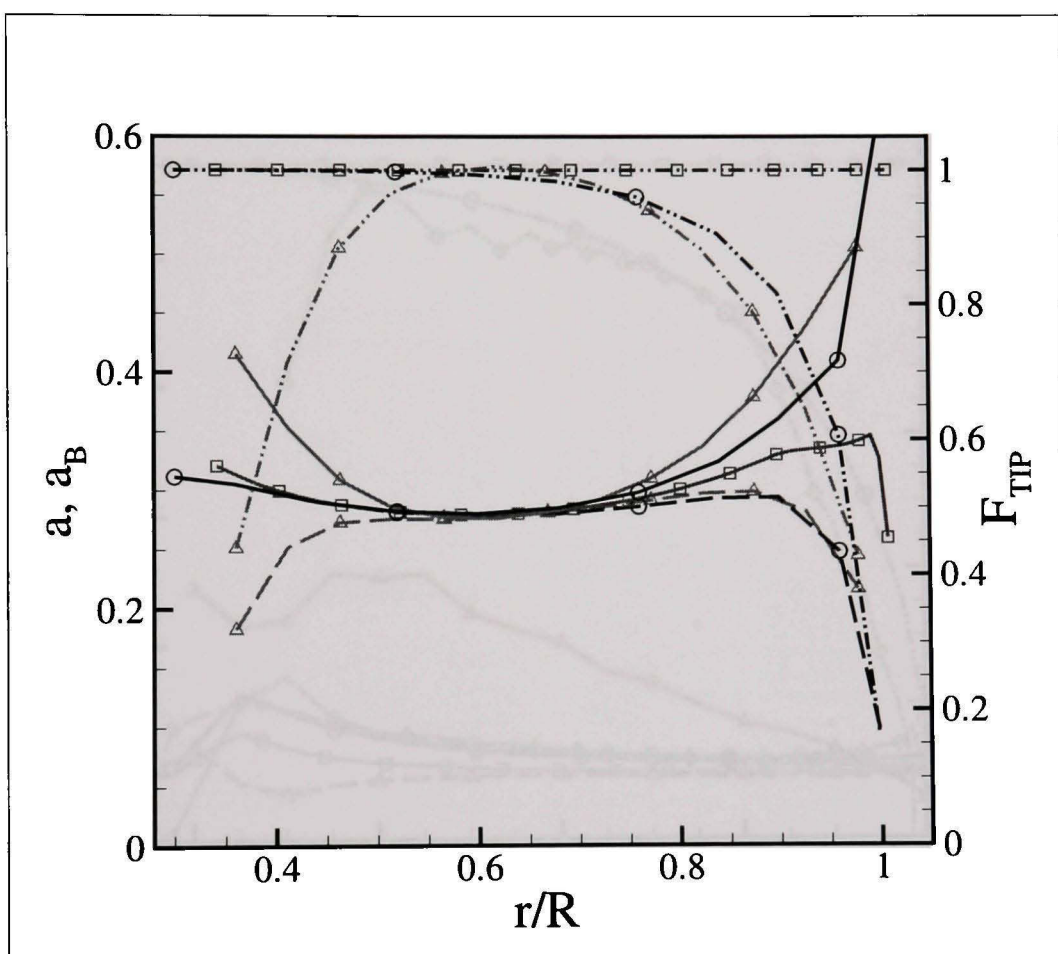


Figure III.15 *Axial induction and tip-loss factors for the TUDelft rotor, $\lambda = 8$, 3 models.*

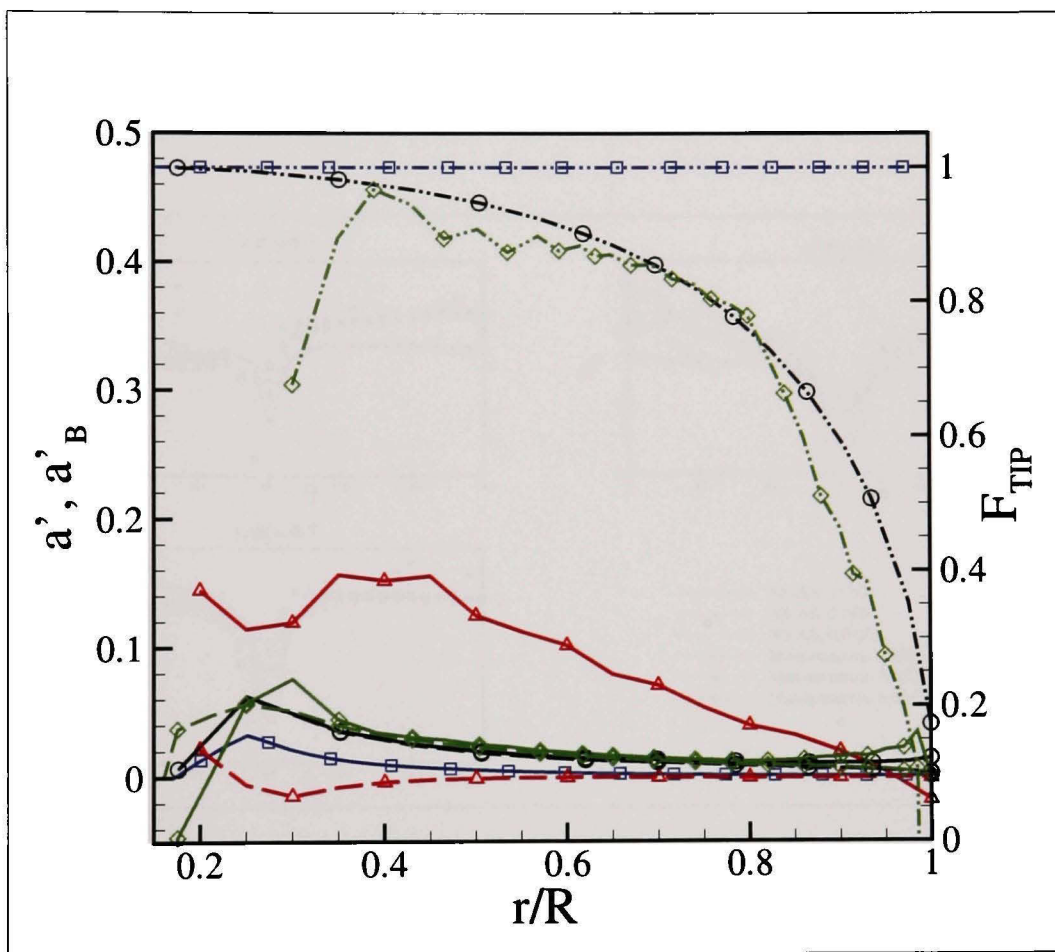


Figure III.16 *Tangential induction and tip-loss factors for the NREL rotor, $\lambda = 4$, 4 models.*

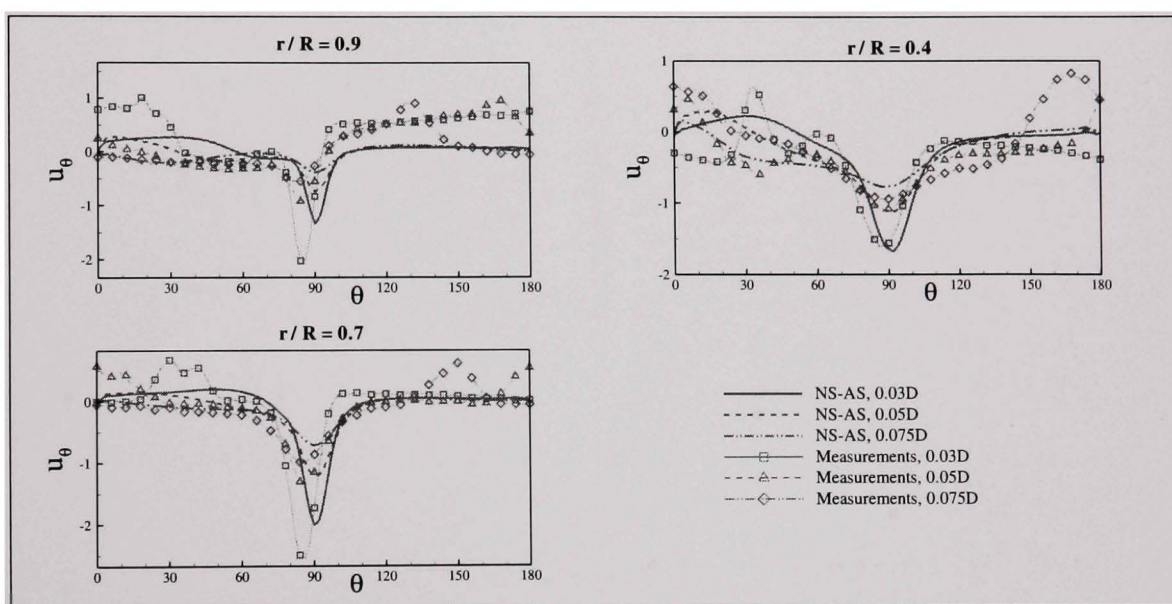


Figure III.17 *Tangential velocity distributions for the TUDelft rotor, $\lambda = 8$.*